

Dynamique et modélisation des avalanches

Dieter Issler¹

***Résumé.** Ce chapitre donne un résumé des observations et résultats expérimentaux sur la dynamique des avalanches de neige qui sont importants au développement et à l'utilisation de modèles numériques pour le calcul des distances d'arrêt, vitesses et pressions – sujets traités dans la contribution de M. Naaim. Les avalanches de neige sèche étant les plus importantes par respect à la mitigation du danger, elles seront au centre de notre attention ici. Les avalanches de neige partagent des traits communs avec soit les écoulements granulaires, soit les écoulements de fluides (turbulents). Nous examinons l'évidence expérimentale pour un régime d'écoulement intermédiaire entre les écoulements denses et les aérosols (avalanches de neige poudreuses) et proposons une correspondance entre les régimes d'écoulement des avalanches et ceux des masses granulaires. La reprise de neige le long de la trajectoire est un autre processus important, capable parfois d'augmenter la masse de l'avalanche d'un ordre de grandeur. Les mesures avec des radars indiquent que l'érosion a lieu soit au front de l'avalanche, soit le long l'interface inférieure.*

Dynamics and modeling of snow avalanches

***Abstract.** This chapter summarizes observations and experimental findings on the dynamics of snow avalanches that are important to understand when developing or applying numerical models for the calculation of runout distances, velocities and pressures, as treated in the contribution by M. Naaim. The focus is on dry-snow avalanches as the most relevant ones in the context of hazard mitigation. Snow avalanches exhibit features of both granular flows and (usually turbulent) fluid flows. Experimental evidence for a flow regime with properties intermediate between dense flows and suspension flows (powder snow avalanches) is discussed, and these flow regimes are tentatively associated with flow regimes identified in granular flows. Another important process in avalanches is entrainment of snow along the path – a process that can increase the avalanche mass tenfold in extreme cases. Measurements with radar equipment suggest that entrainment both at the very front of the flow and along its bottom play a role.*

¹ Norges Geotekniske Institutt, Postboks 3930 Ullevål Stadion, NO-0806 Oslo, Norvège – mail : di@ngi.no

1. Introduction

La plupart des démarches de protection à long terme contre les avalanches de neige, telles que le zonage et les digues, dépendent de façon décisive de nos connaissances du comportement dynamique des avalanches. Les deux questions principales concernent (i) la distance d'arrêt (en fonction de la fréquence) et (ii) la distribution spatiale des pressions maximales. La première question se prête à un traitement statistique (par exemple par le modèle α - β développé et beaucoup utilisé en Norvège) tandis que la deuxième question requiert des considérations détaillées de la dynamique de l'écoulement avalancheux pour calculer la vitesse, la densité et la hauteur d'écoulement – quantités qui aussi permettent le calcul de la distance d'arrêt.

Après plus de 70 ans de recherche continue sur la dynamique des avalanches en plusieurs pays autour du globe, il y a encore un grand nombre de questions fondamentales qui manquent de réponse définitive. Depuis environ une décennie, de nouvelles techniques de mesure, appliquées aux avalanches naturelles ainsi qu'en laboratoire, ont cependant commencé à nous fournir de nouvelles vues qui en partie confirment des résultats des années 70 et 80 souvent négligés entre-temps, et en partie mettent en question quelques « dogmes » bien enracinés parmi chercheurs et praticiens.

Le but de ce module ne peut donc pas être d'enseigner la doctrine « éternelle » sur les avalanches. Nous nous limitons à indiquer quelles sont les considérations dynamiques les plus importantes et les qualités nécessaires d'un modèle numérique quand on élabore une carte de danger d'avalanches de neige ou quand on cherche une méthode fiable pour protéger un village ou un corridor de transport. Nous présentons d'abord les observations générales et bien connues (chap. 2.1-2.3), suivies par un sommaire de l'état actuel des expériences et mesures (chap.2.4-2.7) et les inférences sur les processus physiques à la base des phénomènes observés (chap. 3). La modélisation de la réalité tellement complexe requiert des simplifications, qui donnent naissance à une multitude de modèles mathématiques et de techniques de résolution numérique. Une bonne connaissance de la complexité de la dynamique avalancheuse permet de mieux appréhender l'incertitude inhérente à tous les calculs numériques, eu égard à la fausse impression de précision que les modèles pourraient distiller à l'utilisateur peu expérimenté.

2. Phénoménologie des avalanches sur la base d'observations et mesures

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord une simple classification des avalanches et une caractérisation des différents régimes d'écoulement correspondants à ces types d'avalanches. Toutes ces inférences sont basées sur des observations simples qui peuvent être testé par chacun. En suite, nous approfondirons la description des régimes d'écoulement vis-à-vis des processus physiques responsables des phénomènes. Dans ce but, nous utiliserons surtout les résultats de mesures provenant des sites expérimentaux ou d'expériences sur des chutes à une échelle beaucoup réduite mais bien contrôlable.

Ces dernières conclusions sont préliminaires. Selon l'opinion de l'auteur, nous n'avons pas encore trouvé la réponse définitive, mais un nombre d'éléments sont connus. Au cours des dernières deux décennies, le développement de nouvelles techniques de mesure (radar Doppler pulsé, lidar, capteurs de pression à haute fréquence, capteur de capacitance, etc.) et leur utilisation combinée avec des méthodes d'analyse avancées sur divers sites expérimentaux (Col du Lautaret en France, Vallée de la Sionne en Suisse, Ryggfonn en Norvège, Monte Pizzac en Italie) ont apporté des connaissances plus précises sur les processus à l'intérieur des avalanches.

L'écoulement des avalanches de neige comporte des aspects de milieu granulaire aussi bien que des aspects de fluide. L'importance relative de ces deux aspects complémentaires varie d'une avalanche à l'autre, aussi bien que d'une phase de l'événement à l'autre. Les trois thématiques principales sont (i) le comportement rhéologique de la neige en mouvement, qui détermine la vitesse et la densité et indirectement les pressions et la distance d'arrêt des avalanches, (ii) la reprise (en anglais : « entrainment ») de neige du manteau neigeux dans l'écoulement, qui détermine la masse de l'avalanche et influence la dynamique de plusieurs manières, et (iii) la physique des impacts d'une avalanche sur des obstacles, de grande importance pour le renforcement de maisons ou le dimensionnement de digues. Pour manque de temps, ce dernier aspect ne sera cependant pas traité ici.

2.1. Typologie des avalanches

Il existe plusieurs méthodes de classification des avalanches selon des critères différents. Le Comité international pour la neige et la glace (ICSI) recommande un schéma multicritères qui permet une classification selon la qualité de la neige, le type de déclenchement, la taille, la manière de propagation, les propriétés du dépôt etc. Dans notre cas, il suffit d'une classification beaucoup moins détaillée. Nous nous limitons aux *avalanches formées par des plaques de neige*, en distinguant les *avalanches de neige mouillée* des *avalanches de neige sèche*. La manière de s'écouler (ou le *régime d'écoulement*) peut varier le long du couloir d'avalanche entre *mouvement en bloc*, *écoulement dense*, *écoulement fluidisé* et *aérosol* (ou avalanche poudreuse).

En principe, on observe tous les régimes d'écoulement pour les avalanches de neige mouillée et les avalanches de neige sèche, mais le plus souvent, seulement le mouvement en bloc et l'écoulement dense se produisent dans les avalanches mouillées, voir Tableau 1.

	<i>Avalanches de neige sèche</i>	<i>Avalanches de neige mouillée</i>
<i>Mouvement en bloc</i>	Phase initiale (rupture de la plaque initiale). Dans les petits glissements, pendant tout l'événement	Phase initiale (rupture de la plaque initiale), écoulements confinés, phase d'arrêt
<i>Écoulement dense</i>	Après la rupture de la plaque initiale, dans le noyau dense et dans la phase d'arrêt	Pendant la plus grande partie de la descente.
<i>Écoulement fluidisé</i>	Se forme au front de l'avalanche à partir de l'écoulement dense si la vitesse est suffisamment haute. Densité réduite, des particules isolées peuvent parfois être distinguées. Atteint de hautes vitesses, surmonte facilement des digues.	Ne paraît pas avoir été observé, mais il est possible qu'une faible fluidisation ait lieu au front des avalanches mouillées rapides.
<i>Aérosol</i>	Se forme au-dessus de l'écoulement fluidisé, surtout à haute vitesse et en terrain raide. Consiste en grains de neige < 1 mm. Densité assez faible. Hauteur croît le long de la trace. Peut facilement remonter le versant opposé.	Un aérosol de très faible densité a été observé pour des avalanches mouillées rapides ou en chute verticale.

Tableau 1 : Caractérisation schématique de l'occurrence des régimes d'écoulement pour les avalanches de neige sèche ou mouillée.

2.2. Les avalanches de neige sèche

Les avalanches qui se produisent dans des conditions où la neige est sèche dans la plupart du couloir sont généralement considérées comme les plus dangereuses et les plus importantes vis-à-vis de la cartographie du danger ou du choix de mesures de protection. On observe que ce type d'avalanches atteint les plus hautes vitesses et les plus longues distances d'arrêt. Selon les conditions de neige, la grandeur de l'avalanche et la raideur du terrain, il peut se former une couche d'aérosol au-dessus des parties denses, qui peut suivre sa propre trace plus droite à haute vitesse et causer des dégâts étendus.

Dans les couloirs d'avalanche avec des virages, on observe souvent un dépôt assez étroit, compact ou granulaire, le long de la ligne centrale du couloir tandis qu'il y a de signes très clairs du passage d'une avalanche rapide, tels que l'absence d'arbres au bord du couloir ou d'érosion du manteau neigeux (Figure 1). Il n'est cependant pas évident que ces dégâts soient l'effet de l'aérosol : On trouve souvent des dépôts où la profondeur du dépôt change de manière marquée et abrupte dans la direction de l'écoulement. Cela suggère que le dépôt proximal profond était formé par une deuxième vague, à une distance d'arrêt plus courte puisque elle était plus lente. De plus, il y a une différence en texture et la densité est plus basse dans le dépôt à faible épaisseur. Typiquement, des particules de neige de 5 cm de diamètre jusqu'à 20 cm ou même plus de 50 cm se trouvent dispersées sur la

surface du dépôt et peuvent aussi être distinguées à l'intérieur du dépôt en utilisant les pointes des doigts « con sentimento » ou en colorant à l'encre la face verticale d'une fosse (Figure 2). La densité et la dureté des dépôts à faible épaisseur varient fortement (typiquement entre 300 et presque 600 kg/m³) en fonction de la grandeur de l'avalanche et de la condition de la neige lors de la descente.

Ce type de dépôt se trouve souvent du côté extérieur des virages (parfois avec des surélévations importantes) ou sur le versant opposé. La plus grande partie de la masse de l'avalanche déclenchée le 10 février 1999 sur le site expérimental de la Vallée de la Sionne (canton du Valais, Suisse) descendit le versant et puis suivit le cours de la rivière, tournant abruptement de 90 degrés. La partie frontale poursuivit cependant en ligne droite, en montant presque 50 m en dénivelée au bunker de mesure. La vitesse au bunker excéda 30 m/s, la pression fut environ 20 kPa, la profondeur du dépôt excéda 2 m autour du bunker tandis que 2 m de neige fraîche furent érodés à d'autres endroits. Des blocs de neige de presque 1 m de diamètre furent transportés au-delà du bunker. La vidéo prise depuis le bunker montre des blocs s'approchant du bunker à quelques mètres au-dessus du manteau neigeux. Deux autres avalanches le même hiver produisirent des effets semblables ou encore plus forts. Dans tous les cas, l'aérosol monta quelques centaines de mètres au-dessus du bunker, mais avec une pression faible.



Figure 1 : Avalanche de neige sèche en couloir. (Gauche) Déjà au premier virage (voir la flèche), il y a une surélévation marquée. Photo J. N. McElwaine. (Droite) Dépôt compact au centre du couloir et érosion jusqu'au fond aux bords du couloir. Photo D. Issler.

Ces observations indiquent que :

1. La partie fluidisée d'une avalanche atteint des vitesses beaucoup plus hautes que la partie dense.
2. La densité est plus basse que dans la partie dense, mais trop haute pour un aérosol tenu en suspension par la turbulence. Son ordre de grandeur est de 30 à 100 kg/m³.

3. La partie fluidisée peut transporter de grands blocs à longues distances. Dans les dépôts, on trouve d'habitude une gradation normale dans la direction de l'écoulement, mais une gradation inversée en direction verticale, c'est-à-dire que les plus grands blocs se trouvent à la surface. L'explication la plus plausible est que les grands blocs flottent sur l'écoulement des particules plus fines.

4. L'aérosol suit la même trajectoire que la partie fluidisée, mais peut se détacher d'elle.

5. Il y a presque toujours une partie non-fluidisée qui souvent comprend la plupart de la masse totale et qui va à des vitesses plus basses.

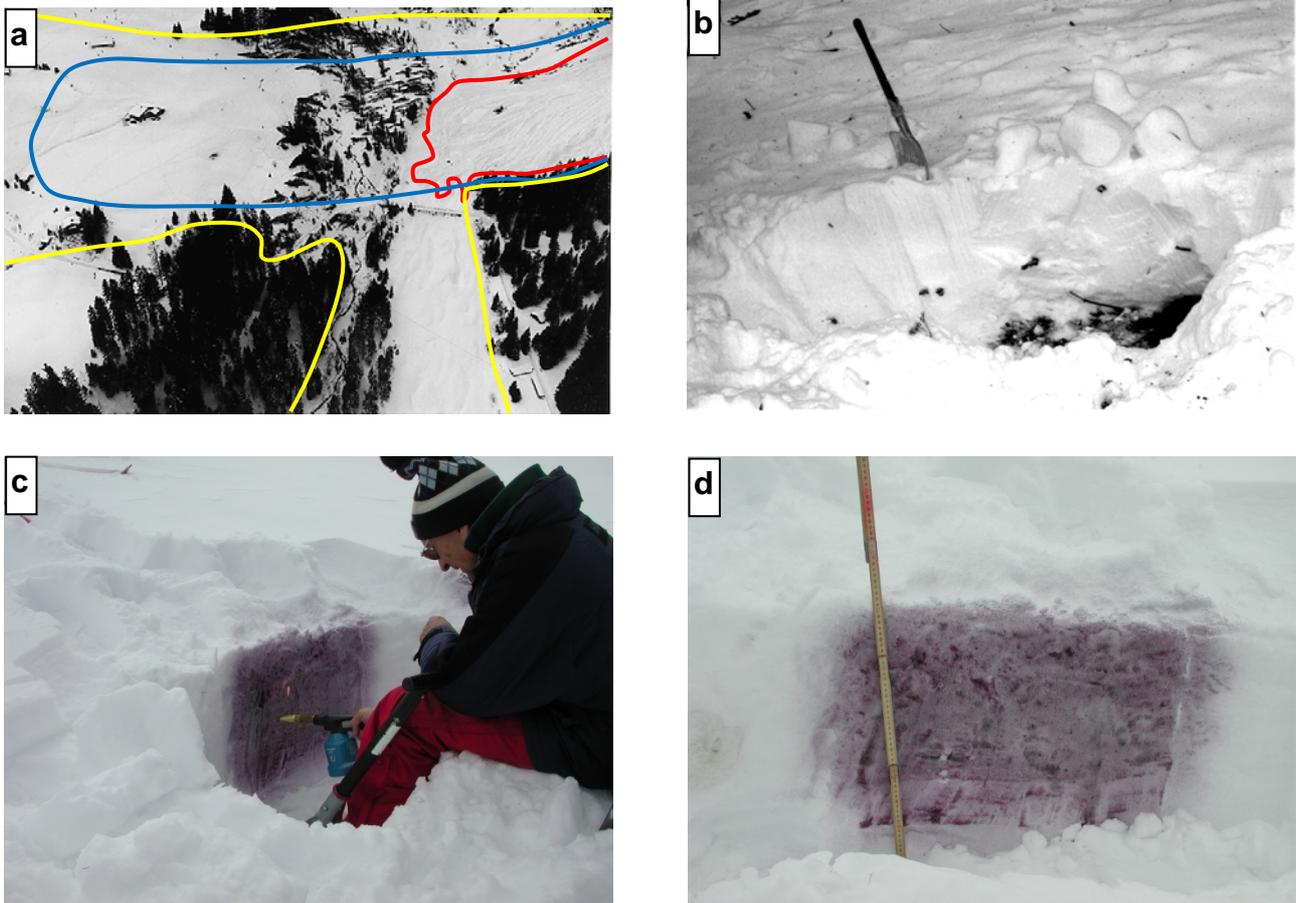


Figure 2 : Observations indiquant la présence d'un régime d'écoulement fluidisé : a) Périmètres approximatifs des dépôts profonds (rouge), à faible épaisseur (bleu) et à très faible épaisseur (jaune). Photo S. Keller. b) Dépôt de l'écoulement fluidisé d'une petite avalanche. Environ 1 m de neige fraîche fut érodé à cet endroit. Photo M. Schaer. c) et d) Coupe verticale dans la partie à faible épaisseur du dépôt d'une petite avalanche. L'application d'encre rend visibles les particules de neige encastrées dans une matrice de grains de neige. Photos D. Issler.

2.3. Quelques remarques sur les avalanches de neige mouillée

Il est généralement accepté qu'il n'est pas nécessaire de tenir compte des avalanches de neige mouillée dans la plupart des cas, ni dans la cartographie du danger avalanche, ni dans la planification des ouvrages de protection parce qu'elles s'arrêtent bien avant les

avalanches sèches et ont des vitesses nettement inférieures. Cependant, dans des cas particuliers, elles peuvent néanmoins être importantes :

1. Dans des zones climatiques très modérées ou subtropicales avec de fortes précipitations en hiver, mais rarement sous forme de neige, il est possible que seulement des avalanches mouillées puissent se produire.
2. Dans la zone d'arrêt, de petits obstacles peuvent complètement et abruptement changer la direction de l'avalanche (voir Figure 3). Une avalanche mouillée descendant sur la route vers l'Alpe d'Huez a été observée suivant la route sur des centaines de mètres sur une pente de moins de 10°.
3. Une avalanche mouillée de taille modérée, observée aux alentours de Davos en mai 2004, a atteint un angle d'arrêt² $\alpha < 20^\circ$ (voir Figure 5). Cela est une valeur très basse qui est assez rare même parmi les avalanches sèches. Dans ce cas particulier, cela est probablement dû à l'effet lubrifiant d'un film d'eau liquide qui paraît s'être formé entre le manteau neigeux et la masse avalancheuse suite à la pression de celle-ci sur celui-là.
4. Des mesures de pression dans des avalanches mouillées, réalisées récemment sur plusieurs sites expérimentaux, indiquent de très hautes pressions par rapport aux vitesses basses des écoulements. La pression p est habituellement exprimée par

$$p = \frac{1}{2} c_D \rho u^2, \quad (1)$$

où ρ est la densité de l'avalanche, u la vitesse au point de mesure et c_D le coefficient de résistance. Tandis que le dernier prend des valeurs entre 1 et 2 pour des objets cylindriques comme les capteurs de pression dans les écoulements rapides de neige sèche, les mesures dans les avalanches mouillées indiquent des valeurs $c_D > 10$. Cet effet est en partie attribuable à la dépendance de $c_D \sim 1/u$ du nombre de Reynolds aux faibles vitesses (écoulements non-turbulents), et en partie à la cohésion de la neige. L'effet est plus prononcé sur des objets qui sont petits par rapport aux dimensions de l'avalanche, mais même pour les grands obstacles, il faut s'attendre à ce que la pression soit augmentée aux bords.

² L'angle d'arrêt est défini par $\tan \alpha = H / L$, où H = hauteur totale de chute et L = longueur totale de la trace, projetée au plan horizontal.



Figure 3 : (Gauche) Zone de dépôt d'une avalanche de neige mouillée avec branches en diverses directions et érosion totale du manteau neigeux. Photo SLF. (Droite) Bord du dépôt d'une avalanche de neige mouillée, montrant la cohésion de la neige qui permet un front raide et la formation de grands blocs constitués d'un grand nombre de boules de neige. Photo D. Issler.



Figure 4 : Dépôt d'une avalanche de neige mouillée de caractère granulaire prononcé. (Gauche) Surface de cisaillement. (Droite) Les particules sont des agrégats de particules plus petites. Leur apparence « marbrée » dans cette avalanche indique qu'il y a eu de l'érosion jusqu'au fond et un mélange intense. Photos H. Gubler.



Figure 5 : Petite avalanche mouillée en printemps (près de Davos, Suisse). Les dépressions foncées autour le périmètre du dépôt indiquent que la distance d'arrêt très longue est probablement due à la lubrification du plan de glissement par de l'eau libérée pendant le cisaillement. Photo T. Wiesinger.

2.4. Le message des mesures de pression

Depuis les années 1970, les mesures de pressions réalisées en Union Soviétique (cf. Bozhinskiy et Losev, 1998), au Canada (Schaerer et Salway, 1980) et au Japon (Shimizu et al., 1980 ; Nishimura et al., 1993) ont indiqué qu'il y a une couche de densité intermédiaire entre la couche dense et l'aérosol. Tandis que les capteurs situés près du plan de glissement mesurent des pressions hautes avec des fluctuations importantes mais nettement inférieures à la pression moyenne, ceux placés plus en haut révélèrent des fluctuations rapides et violentes bien que la pression moyenne soit plus basse. Les mesures réalisées à la Vallée de la Sionne depuis 1998 avec des capteurs de 10 cm en diamètre et une résolution temporelle de l'ordre de 0,1 ms confirmèrent les mesures précédentes et permirent d'estimer les tailles et vitesses des particules qui impactaient les capteurs (Schaer et Issler, 2001). Malgré les grandes incertitudes dans l'analyse des données, il s'est clairement avéré que la couche intermédiaire a une densité relativement faible (entre 30 et 200 kg m⁻³ dans cette avalanche) et contient des particules de différentes tailles jusqu'au-delà de 30 cm.

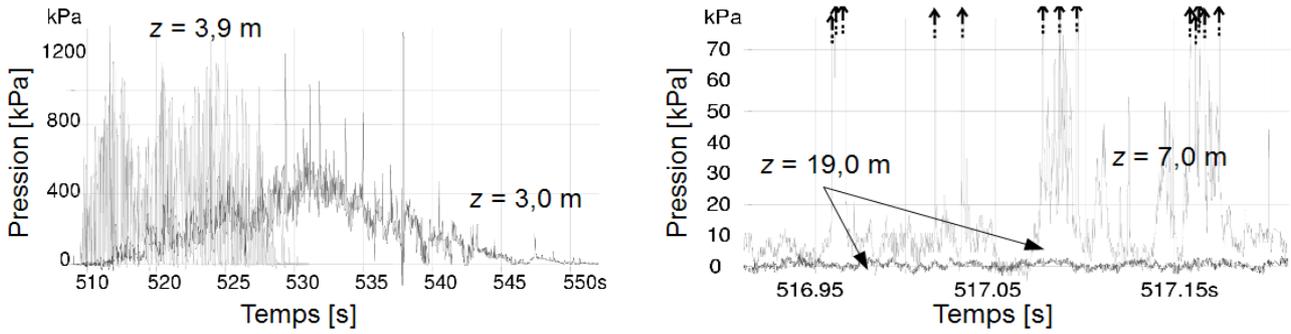


Figure 6. Mesures de pression effectuées sur le site de la Vallée de la Sionne. (Gauche) Capteurs à 3,0 et 3,9 m au-dessus du terrain. Les deux capteurs étaient probablement enneigés au début, mais exposés à l’écoulement plus tard à cause de l’érosion. Tandis que le capteur à 3,0 m n’était jamais dans la couche fluidisée, celui à 3,9 m n’était jamais exposé à l’écoulement dense. (Droite) Capteurs à 7 et 19 m au-dessus du terrain. À 7 m, les impacts souvent produisent des pressions de pointe en excès de 70 kPa mais la pression s’approche de 0 entre deux impacts. La pression dans l’aérosol à 19 m excède rarement 2 kPa.

2.5. Les profils de vitesse et de densité

Les profils de vitesse et de densité, c’est-à-dire la vitesse $u_x(x_0, y_0, z, t)$ dans la direction de l’écoulement et la densité $\rho(x_0, y_0, z, t)$ à une position fixe (x_0, y_0) en fonction du temps t et de la distance z au fond, sont des quantités clef pour la compréhension de la dynamique interne des avalanches et pour leur modélisation. Si elles sont connues, l’accélération et la force de gravitation peuvent être déduites. De là, on peut en déduire les contraintes en fonction du taux de déformation,

$$\sigma_{ij} = f\left(\frac{\partial u_x}{\partial x_j}, \rho, \dots\right), \tag{2}$$

et fermer le système d’équations si la rhéologie de la neige en mouvement peut être exprimée de cette manière (voir (Rajchenbach, 2003) pour une discussion de la situation dans les écoulements granulaires très denses).

Plusieurs méthodes ont été développées pour mesurer le profil de vitesse dans une avalanche (corrélations entre deux radars profil enterrée au fond, corrélations entre capteurs photo-électriques), mais cela reste une tâche délicate chargée d’incertitudes. Néanmoins, quelques éléments importants ont émergé :

- En chute et en état stationnaire, les profils de vitesse étaient linéaires au-dessus d’une mince couche fortement cisailée, comme prédit par la théorie des écoulements granulaires à haute densité (Bouchet et al., 2003).

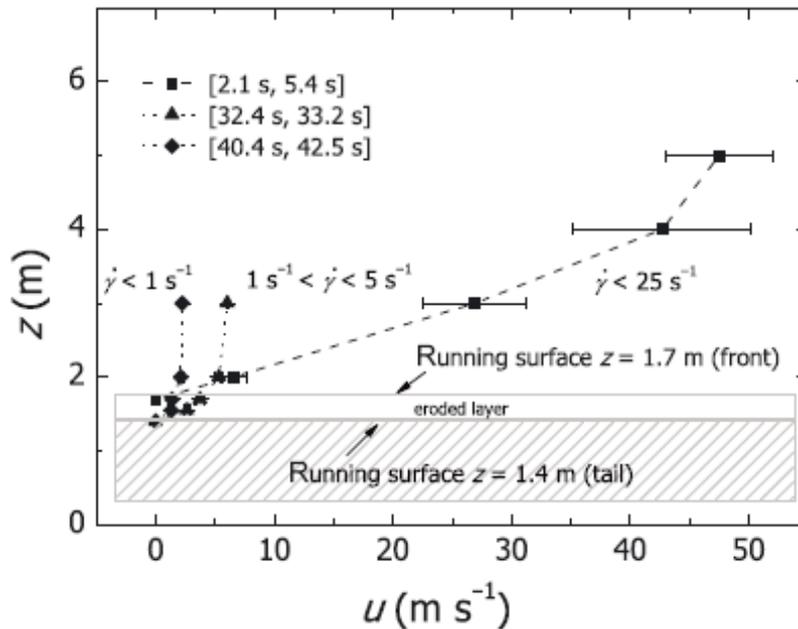


Figure 7 : Profil de vitesse d'une avalanche de neige sèche mesurée à la Vallée de la Sionne, extrait de (Kern et al., 2009). Tandis que la tête montre un taux de cisaillement haut et une courbure en correspondance qualitative avec la théorie de Bagnold, le cisaillement est concentré dans les 30 cm plus bas dans la queue.

- Les mesures dans des avalanches naturelles ont montré une différence prononcée entre la tête (correspondant à la partie fluidisée) et le corps de l'avalanche (le noyau dense), cf. :
- La partie fluidisée est fortement cisailée avec $\partial u_x / \partial z$ s'approchant à 50 s^{-1} , et la forme du profil correspond plus ou moins aux prédictions de la théorie de Bagnold (équation (9)).
- Dans la queue des avalanches, on observe des taux de cisaillement au-dessous de 1 s^{-1} sauf dans une couche mince au fond.
- Les avalanches de neige mouillée montrent un profil de vitesse presque uniforme au-dessus d'une couche de cisaillement à faible épaisseur au fond.

On peut s'attendre à des mesures de profils de densité au cours des prochaines années.

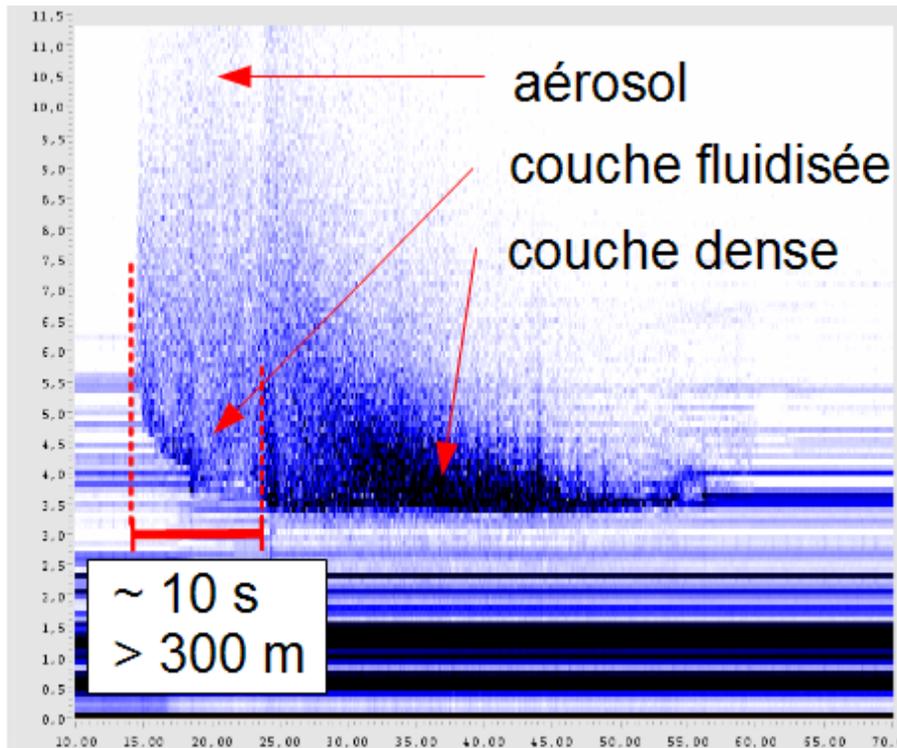


Figure 8. Mesures avec radar enterré au fond et dirigé en haut. L'axe horizontal représente le temps, la verticale la distance au terrain. Au cours des premiers 10s, environ 2m de neige fraîche sont érodés jusqu'à ce que l'érosion s'arrête sur le dépôt des avalanches précédentes. La couleur est un indicateur de la densité. Le noyau dense de l'avalanche arrive environ 10s après le front et sa hauteur d'écoulement est inférieure à 2m.

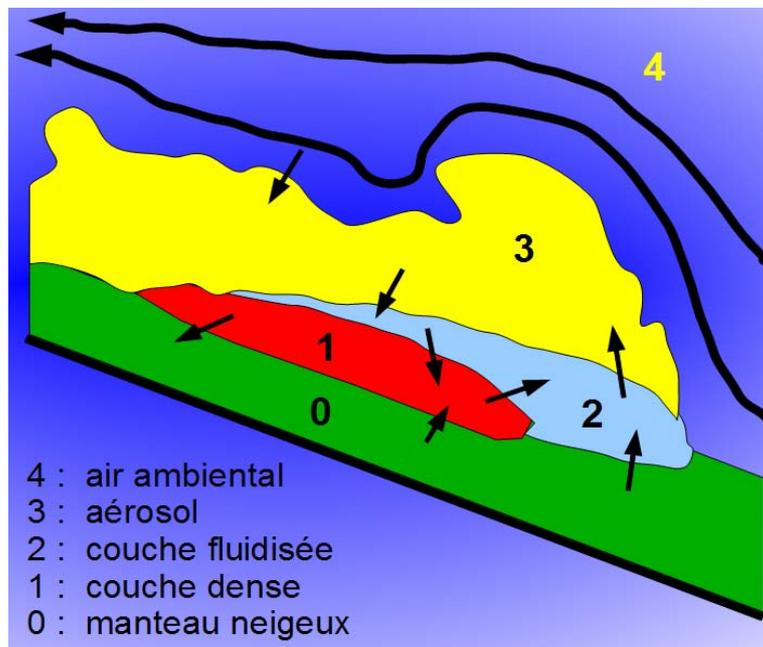


Figure 9 : Section schématique d'une avalanche de neige sèche complètement développée. Les flèches courtes indiquent les flux de masse dominants entre les couches.

2.6. La reprise du manteau neigeux

Dans une avalanche typique en trace, la contrainte de cisaillement due à la gravitation est de l'ordre de 0,5 à 5 kPa tandis que la résistance de la neige fraîche au cisaillement est souvent autour de 0,5–2 kPa et celle de la neige consolidée, entre 2 et 50 kPa. La plupart des avalanches déclenchées pendant ou juste après une chute de neige remplissent donc les conditions pour reprendre de la neige le long de leur trajet. Les observations confirment en effet que l'érosion n'est absente que dans des circonstances extraordinaires (par exemple, une surface glacée).

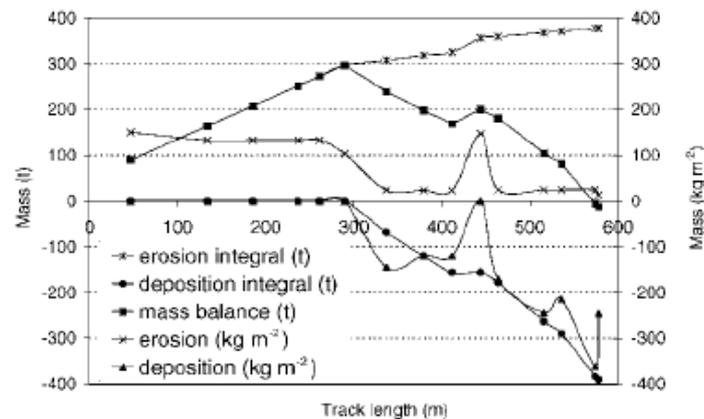


Figure 10 : Bilan de masse d'une avalanche le long du couloir du Monte Pizzac, Italie. La masse totale en mouvement augmente jusqu'à une distance de 300 m où l'inclinaison devient plus faible. Dans un bref interval autour de 450 m, la trace est plus raide et le dépôt cesse rapidement. Extrait de (Sovilla et al., 2001).

Des mesures manuelles dans un couloir petit (Sovilla et al., 2001) et mesures photogrammétriques ou à lidar aux grands sites ont permis de reconstruire le bilan de masse local dans un nombre d'événements avalancheux. Les résultats principaux sont les suivants :

- Typiquement, une grande partie de la neige fraîche est érodée à condition que le terrain soit suffisamment raide. Au contraire, l'érosion de la neige vieille et plus consolidée est observée seulement dans les grandes avalanches.
- Au même temps que le front de l'avalanche érode de la neige, la queue peut déposer des quantités comparables même dans des couloirs assez raides.
- En première approximation, le bilan local semble surtout dépendre du rapport entre la traction gravitaire (déterminée par la hauteur et densité de l'écoulement et l'angle de pente) et la résistance du manteau neigeux.

Le taux d'érosion se mesure directement à des endroits fixes en utilisant des rangées d'interrupteurs, des capteurs de pression, des capteurs photo-électriques ou des radars de profil enterrés dans le terrain et orientés en haut (Figure 8). Les résultats principaux (Schaer et Issler, 2001 ; Sovilla, 2004) sont les suivants :

- Dans les avalanches mouillées et lentes, l'érosion frontale à la charrue est le mécanisme dominant.
- Dans les avalanches sèches avec de grandes quantités de neige érodable, le taux d'érosion est maximum près du front (souvent dans la couche fluidisée), mais la traction gravitaire permettant, l'érosion basale est présente jusqu'à ce que toute la neige fraîche soit érodée. La diminution du taux d'érosion peut être liée soit à la diminution de la vitesse et de la hauteur d'écoulement vers la queue de l'avalanche, soit à la résistance du manteau neigeux, qui augmente avec la profondeur.
- Il y a des indications montrant que l'érosion basale ne procède pas toujours de manière continue, mais que des blocs sont arrachés d'un coup. Ce phénomène pourrait être lié à des hétérogénéités dans le manteau neigeux (par ex., une croûte enneigée).
- Dans les grandes avalanches à la Vallée de la Sionne, des taux d'érosion d'environ 250 kg m^{-3} ont été observés.

2.7. Les ordres de grandeur

Sur la base de nos connaissances présentes (et le sentiment de l'auteur !), on peut résumer les ordres de grandeur de quelques paramètres clef des différents régimes d'écoulement des avalanches sèches. Il se peut très bien que plusieurs de ces nombres soient modifiés au cours de la recherche future, mais entretemps, ils serviront à préciser notre image de la structure des avalanches sèches.

	<i>Couche dense</i>	<i>Couche fluidisée</i>	<i>Aérosol</i>
<i>Densité</i>	200–500 kg/m ³	30–200 kg/m ³	1–10 kg/m ³
<i>Densité des particules</i>	300–900 kg/m ³	300–900 kg/m ³	900 kg/m ³
<i>Concentration volumétrique</i>	0,5–0,7	0,1–0,5	< 0,01
<i>Diamètre des particules d</i>	1–10 ³ mm	1–10 ³ mm	< 1 mm
<i>Trajectoire moyenne libre</i>	0–1 <i>d</i>	1–4 <i>d</i>	> 4 <i>d</i>
<i>Vitesses typiques</i>	0–30 m/s	20–60 m/s	20–100 m/s
<i>Hauteurs typiques</i>	0,3–3 m	1–5 m	10–100 m
<i>Pressions moyennes typiques</i>	10–1000 kPa	20–200 kPa	1–20 kPa
<i>Régime granulaire correspondant</i>	frictionnel / de collision	de collision / inertiel	macro-visqueux, turbulent

Tableau 2 : Résumé des ordres de grandeur de quelques propriétés caractéristiques des différents régimes d'écoulement des avalanches de neige sèche.

2.8 L'évolution et l'interaction des couches

Il est très important de ne pas oublier que la Figure 9 représente la réalité complexe des avalanches de neige d'une manière fortement simplifiée. Il faut surtout tenir compte de l'aspect dynamique :

- Selon les conditions de neige et les températures, les avalanches dans le même couloir peuvent être complètement différentes.
- Les propriétés mécaniques de la neige en mouvement changent continuellement à cause de la fragmentation progressive ou coalescence des blocs.
- Au début, la couche fluidisée et l'aérosol n'existent pas encore, mais ils naissent de l'écoulement dense à la suite de l'ingestion d'air. Le rapport entre la masse fluidisée et la masse totale varie fortement au cours de la descente, mais aussi d'un événement à l'autre dans le même couloir, et d'un couloir à l'autre. Sauf sous des conditions extrêmes, le rapport est probablement inférieur à 0,5 et souvent à 0,1.
- Par conséquent, les processus responsables de l'échange de masse entre les couches sont très importants et doivent être modélisés correctement dans les modèles numériques.

3. Processus physiques

3.1. Les aspects liés à la mécanique des masses granulaires

Plusieurs propriétés fondamentales de la mécanique des masses granulaires furent trouvées au 19^{ème} siècle (p. ex. la loi de résistance de Coulomb et Mohr) et au milieu du 20^{ème} siècle dans les travaux de Bagnold. Ces résultats peuvent être résumés de la façon suivante :

- La résistance d'une masse granulaire contre le cisaillement croît en proportion à la contrainte normale (loi de Coulomb et Mohr) :

$$\sigma_{xz} \propto \sigma_{zz} \quad (3)$$

- Sous un cisaillement plan rapide et en considérant le volume constant, la contrainte de cisaillement et la contrainte normale croissent avec le carré du taux de cisaillement, $\partial u_x / \partial z$ (Bagnold). De plus, elle est proportionnelle au carré du diamètre d des particules :

$$\sigma_{xz} \propto d^2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2, \quad \sigma_{zz} \propto d^2 \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 \quad (4)$$

Si l'on considère la contrainte normale constante pendant le cisaillement, les contraintes dépendent peu du taux de cisaillement, mais la densité décroît.

- En cisaillement lent et à très haute densité (*régime d'écoulement quasi-statique*), le rapport

$$\tan \varphi_d = \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \tag{5}$$

est indépendant du taux de cisaillement, l'angle de friction *dynamique*, φ_d , étant inférieur à l'angle de friction statique, φ_s . Les particules sont en contact avec d'autres particules tout le temps, et les forces sont transmises par friction entre particules.

- À un taux de cisaillement plus important et une densité un peu plus basse, le régime de *collision* est atteint : La distance moyenne libre entre deux collisions est petite, mais les particules ne sont pas continement en contact avec plusieurs autres particules. Le transfert de moment cinétique s'effectue surtout par collisions.
- Aux densités plus basses, c'est-à-dire si la distance moyenne libre entre deux collisions est de l'ordre de la grandeur des particules ou plus, le régime *inertiel* se manifeste. Les contraintes à l'intérieur de l'écoulement sont dues au transport de moment cinétique associé aux fluctuations de la vitesse des particules. En étroite analogie à la théorie cinétique des gaz, la *température granulaire* quantifie l'énergie associée à ce mouvement stochastique.
- Si le fluide entre les particules joue un rôle important dans la dynamique du mélange, le régime d'écoulement s'appelle *macro-visqueux*. Si la masse des particules est beaucoup inférieure à celle du fluide, l'écoulement est du type *Boussinesq*, autrement du type *non-Boussinesq*.

Depuis les années 1990, de nouvelles expériences en laboratoire ont établi les résultats suivants, entre autres :

- Les écoulements stationnaires sur un plan incliné ne sont possibles que dans un intervalle $[\theta_{\min}(h, \dots), \theta_{\max}(h, \dots)]$ de pentes, qui dépend de la hauteur h de l'écoulement. De plus, $\theta_{\min}(h, \dots) < \varphi_{\text{stat}}$, l'angle de friction interne du matériau. L'angle de friction effectif de l'écoulement est cependant égal à la pente, $\varphi_{\text{eff}} = \theta$ puisque l'écoulement est stationnaire. Cela implique que l'angle de friction *dynamique* n'est pas une constante, mais dépend aussi de la vitesse dans un certain degré.
- Sur un plan incliné, en écoulement stationnaire, le taux de cisaillement d'une masse granulaire *très dense* est de l'ordre

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} \propto \sqrt{\frac{g}{d}} \tag{6}$$

où g est l'accélération gravitaire. Le profil de vitesse $u_x(z)$ est *linéaire*. Par conséquence, la vitesse moyenne de l'écoulement, \bar{u} , se comporte comme

$$\bar{u} \propto \sqrt{gh} \tag{7}$$

soulignant l'importance du *nombre de Froude*,

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} \tag{8}$$

- Dans une masse granulaire, les forces sont transmises surtout le long de chaînes de particules qui s'étendent à travers de la masse. Sous cisaillement, ces chaînes se déforment continuellement et ont une durée d'existence limitée. Les particules membres d'une chaîne sont exposées aux contraintes beaucoup plus hautes que les contraintes moyennes et peuvent se casser sous certaines conditions. Cela mène à une évolution de la distribution des grandeurs et par conséquent du comportement rhéologique de la masse, cf. équations (4) et (7).
- Sur des pentes plus raides que $\theta_{\max}(h, \dots)$, l'écoulement n'est plus stationnaire. Il paraît que ce régime n'ait pas été recherché beaucoup, mais il est vraisemblable que la vitesse augmente et la densité décroisse. Le profil de vitesse $u_x(z)$ est clairement non-linéaire, bien que il ne soit pas encore établi définitivement si la prédiction du type bagnoldien,

$$\frac{u_x(z)}{u_x(h)} = 1 - \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad (9)$$

est juste ou non.

- Au-dessus d'une vitesse critique, le fluide intermédiaire jouera un rôle dans la dynamique.

Il est évident que le comportement des avalanches de neige ressemble beaucoup à celui d'une masse granulaire, au moins au niveau qualitatif. Provisoirement, on peut interpréter les régimes d'écoulement avalancheux en termes de la mécanique granulaire comme montré en Tableau 3.

<i>Couche / phase du mouvement</i>	<i>Régime d'écoulement granulaire</i>
Glissement en bloc	Phase non-granulaire, sauf peut-être dans une couche mince à l'interface.
Couche / régime dense	Régime quasi-statique si la densité est très haute et la vitesse basse – régime collisionnel à vitesse modérée ou élevée, avec haute densité.
Couche / régime fluidisé	Régime collisionnel à la transition de/à l'écoulement dense (densité relativement haute) – régime inertiel et densité relativement basse si l'écoulement est bien fluidisé. Température granulaire élevée.
Aérosol	Régime macro-visqueux, mais hautement turbulent. La turbulence de l'air maintient les particules en suspension. Concentration volumétrique faible, collisions entre particules sont négligeables ; les régimes Boussinesq et non-Boussinesq sont possibles (le régime Boussinesq est réalisé au moins au début de la formation de l'aérosol et à la fin de l'écoulement).

Tableau 3 : Correspondance conjecturée entre les phases du mouvement ou les couches d'une avalanche de neige sèche et les régimes d'écoulement identifiés dans le mouvement des masses granulaires.

Un but principal des expériences futures est de vérifier si ces correspondances sont justes. Si cela est le cas, il faudra en tenir compte dans la modélisation numérique des avalanches.

3.2. Les aspects liés à la mécanique des fluides

Visuellement, l'écoulement avalancheux a beaucoup de ressemblance à l'écoulement d'un liquide visqueux. Le diamètre moyen des particules, tout en variant beaucoup le long de la trace, est généralement largement inférieur à la hauteur de l'écoulement. L'analogie avec les liquides simples est cependant loin d'être parfaite : À de faibles vitesses, la neige montre une résistance considérable contre le cisaillement qui provient en partie de la *cohésion* c [Pa] entre les grains de neige et en partie de la *friction*, exprimée par

$$\tau_y \approx c + \sigma_n \tan \phi, \quad (10)$$

où σ_n est la contrainte normale et ϕ l'angle de friction interne (de l'ordre de 30° pour la neige). Grâce à τ_y , les avalanches peuvent s'arrêter dans le versant et les dépôts peuvent présenter une surface inclinée.

Il est d'un intérêt particulier d'établir si les écoulements avalancheux peuvent être considérés turbulents ou non. Il y a un débat concernant la manière correcte de définir le *nombre*

de Reynolds dans le cas des fluides non-Newtoniens et si le nombre de Reynolds est suffisant pour établir des critères qui délimitent le régime turbulent. Les auteurs sont d'opinion que les avalanches de neige sèche sont à considérer turbulents dès que la plaque s'est décomposée en une matrice de particules fines (diamètre inférieur à ~ 1 cm) dans laquelle les particules plus grandes sont enrobées.

Les concepts développés en hydraulique pour les écoulements canalisés ont été fréquemment appliqués à la dynamique des avalanches depuis le travail de Voellmy (1955). Très récemment, l'analyse de données expérimentales du site de Col du Lautaret a indiqué que les prédictions de la théorie des écoulements turbulents en couche limite permettent de reproduire les profils de vitesse à un plus haut niveau de probabilité que le profil granulaire (9). Il faudra cependant étendre ces études avant qu'une réponse définitive puisse être donnée.

3.3. La reprise et le dépôt de neige

La plupart des modèles d'avalanches négligent la reprise et le dépôt de neige tandis que d'autres utilisent des expressions ad hoc pour calculer le taux de reprise. Si celui-ci est important, des erreurs dans sa modélisation peuvent induire des erreurs importantes vis-à-vis de la distance d'arrêt et de la pression.

Au niveau conceptuel, il est utile de distinguer entre *l'érosion*, c'est-à-dire le processus de l'arrachement de particules du manteau neigeux, et *l'entraînement*, qui comprend l'accélération des particules érodées par l'écoulement et leur mélange à celui-ci (Gauer et Issler, 2004). De la même façon, la reprise peut être *limitée par l'érosion* si la contrainte de cisaillement moyenne exercée par l'écoulement est inférieure à la résistance du manteau neigeux ; l'érosion est alors due aux fluctuations de la contrainte de cisaillement, et les particules érodées sont accélérées à la vitesse moyenne de l'écoulement sans que celui en soit beaucoup influencé. Au contraire, dans une situation de reprise limitée par l'entraînement, la contrainte de cisaillement excède la résistance du manteau neigeux, mais l'accélération du matériau érodé ralentit l'écoulement de telle sorte que la contrainte de cisaillement et par conséquent le taux d'érosion diminuent. Une avalanche passant sur une couche de glace (résistance au cisaillement de plusieurs dizaines de kPa) représente un cas de reprise limitée par l'érosion, tandis que la reprise d'une couche de neige fraîche (résistance de l'ordre de 1 kPa) est surtout limitée par l'entraînement.

L'ordre de grandeur du taux de reprise peut être estimé de manière simple si les conditions suivantes sont valides : (i) L'écoulement est quasi-stationnaire, c'est-à-dire la vitesse moyenne et la hauteur d'écoulement ne varient que lentement. (ii) Nous ne considérons que la reprise le long du fond de l'avalanche (reprise au front négligée). Le manteau neigeux est caractérisé par la résistance au cisaillement, τ_c . À l'interface entre l'avalanche et le manteau neigeux, la gravitation correspond à une contrainte de cisaillement de

$$\sigma_{xz}^{(0)} = \rho h g \sin \theta. \quad (11)$$

La contrainte de cisaillement disponible pour accélérer la masse érodée à la vitesse moyenne est $\sigma_{xz}^{(0)} - \tau_c$. Avec q_e , le taux de reprise ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) devient

$$q_e \approx \frac{\sigma_{xz}^{(0)} - \tau_c}{\bar{u}} \tag{12}$$

L'équation (12) est facilement mal interprétée : Elle *ne dit pas* que le taux de reprise diminue à l'inverse de la vitesse moyenne parce qu'il s'agit là de la *valeur quasi-stationnaire* de \bar{u} , qui est déterminée par la rhéologie de la neige en écoulement. Elle implique cependant que le taux de reprise ne peut pas être spécifié indépendamment de la rhéologie ou de la loi de friction. Par exemple, si l'on suppose la loi de friction du modèle de Voellmy et Salm (VS) (Voellmy, 1955) ou de Perla, Cheng et McClung (PCM, 1980),

$$\sigma_{xz}^{(0)}(\bar{u}, h) = \mu \rho h g \cos \theta + k \rho \bar{u}^2, \tag{13}$$

on déduit de l'équation (12) l'ordre de grandeur du taux de reprise

$$q_e \approx \frac{\mu \rho h g \cos \theta - \tau_c}{\bar{u}} + k \rho \bar{u}. \tag{14}$$

Pour que l'équation (14) soit physiquement fiable, il faut supposer que $\tau_c > \mu \rho h g \cos \theta$. Au-

dessous de la vitesse critique $\bar{u}_c \approx \sqrt{\frac{\tau_c - \mu \rho h g \cos \theta}{k \rho}}$, il résulte alors $q_e = 0$.

Le problème avec les équations (12) et (14) est cependant qu'elles ne tiennent pas compte de l'accélération de l'avalanche qui a lieu simultanément avec la reprise si la vitesse moyenne diffère de sa valeur quasi-stationnaire. À cause de cela, il faut utiliser des approches plus avancées et qui ne sont pas encore complètement développées. Nous soulignons aussi que ce modèle simplifié ne tient pas compte non plus de la reprise concentrée au front de l'avalanche.

Des considérations théoriques récentes indiquent que la résistance de la neige au cisaillement τ_c , de l'ordre de 0.5 à 5 kPa pour la neige fraîche, peut avoir une influence profonde sur le comportement dynamique des avalanches du fait qu'elle représente la limite supérieure de la contrainte de cisaillement qui agit sur l'avalanche. Tout excès de la force de gravitation augmente la masse de l'avalanche aussi bien que sa vitesse. Cela pourrait expliquer la tendance statistique observée depuis longtemps indiquant que la vitesse maximale des avalanches augmente à peu près comme la racine de la dénivelée H :

$$\bar{u}_{max} \propto \sqrt{gH}, \tag{15}$$

tendance nettement en contradiction avec les prédictions des modèles du type Voellmy, PCM etc., qui atteignent rapidement une vitesse limite indépendante de H si H est suffisamment grande.

On peut résumer nos connaissances actuelles vis-à-vis de la reprise comme suit :

- La reprise de neige peut augmenter la masse d'une avalanche d'un ordre de grandeur (Sovilla et al., 2001), mais elle peut aussi être très limitée selon les conditions du manteau neigeux, la taille de l'avalanche et les données topographiques. La re-

prise de neige peut donc avoir une influence décisive ou modeste sur la dynamique de l'avalanche selon les conditions susmentionnées.

- Dans de grandes avalanches rapides, le taux d'érosion peut être en excès de $200 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ dans la tête de l'avalanche, mais est beaucoup moins en moyenne sur toute l'avalanche (Gauer et Issler, 2004).
- Les mécanismes de l'érosion et de l'entraînement ne sont pas encore connus en détail. Il est cependant établi que l'érosion peut avoir lieu principalement soit au front de l'avalanche soit le long du fond de l'écoulement ou simultanément aux deux endroits.
- La reprise de neige diminue l'accélération d'une avalanche par rapport à une situation dynamiquement équivalente mais sans reprise. En réalité, la friction à la base sera cependant souvent diminuée s'il y a de la neige érodable.
- Malgré les lacunes dans nos connaissances, la modélisation incluant la reprise paraît souvent donner de meilleurs résultats que la simulation avec les modèles traditionnels sans reprise si l'expert choisit les paramètres judicieusement.
- Pour arriver à une connaissance meilleure de ces processus, il faudra combiner des expériences sur des chutes avec des mesures sur des sites expérimentaux et des études théoriques. Les chutes offrent des conditions bien contrôlées et il est possible d'y utiliser des capteurs à haute résolution spatiale et temporelle. Sur les sites expérimentaux, les nouvelles techniques permettent d'obtenir le bilan de masse distribué sur tout le site et de mesurer à des endroits sélectionnés le taux de reprise pendant l'événement en même temps que le profil de vitesse.

Bibliographie

- Bouchet, A., M. Naaim; H. Bellot et F. Ousset, 2004. Experimental study of dense snow avalanches: velocity profiles in steady and fully developed flows. *Annals of Glaciology* **38**, 30–34.
- Bozhinskiy, A. N. et K. S. Losev, 1998. *The Fundamentals of Avalanche Science*. Mitteilung Nr. 55 des Eidg. Institutes für Schnee- und Lawinenforschung, Davos, Suisse.
- Gauer, P. et D. Issler, 2004. Possible erosion mechanisms in snow avalanches. *Annals of Glaciology* **38**, 384–392.
- Gauer, P., K. Kronholm, K. Lied, K. Kristensen et S. Bakkehøi, 2010. Can we learn more from the data underlying the statistical α - β model with respect to the dynamical behavior of avalanches? *Cold Regions Science and Technology* **62**(1), 42–45.
- Kern, M., P. Bartelt, B. Sovilla et O. , 2009. Measured shear rates in large dry and wet snow avalanches. *Journal of Glaciology* **55**(190), 327–338.

- Naaim, M., T. Faug et F. Naaim-Bouvet, 2003. Dense snow avalanche modeling: flow, erosion, deposition and obstacle effects. *Cold Regions Science and Technology* **39**, 193–204.
- Nishimura, K., N. Maeno, K. Kawada et K. Izumi, 1993. Structures of snow cloud in dry-snow avalanches. *Annals of Glaciology* **18**, 173–178.
- Perla, R., T. T. Cheng and D. M. McClung, 1980. A two-parameter model of snow avalanche motion. *Journal of Glaciology* **26**(94), 197–207.
- Rajchenbach, J., 2003. Dense, rapid flows of inelastic grains under gravity. *Physical Review Letters* **90**(14), 144302-1–4.
- Schaer, M. et D. Issler, 2001. Particle densities, velocities, and size distributions in large avalanches from impact-sensor measurements. *Annals of Glaciology* **32**, 321–327.
- Schaerer, P. A. et A. A. Salway, 1980. Seismic and impact-pressure monitoring of flowing avalanches. *Journal of Glaciology* **26**(94), 179–187.
- Shimizu, H., E. Huzioka, E. Akitaya, H. Narita, M. Nakagawa et K. Kawada, 1980. A study on high-speed avalanches in the Kurobe canyon, Japan. *Journal of Glaciology* **26**(94), 141–151.
- Sovilla, B., F. Sommariva et A. Tomaselli, 2001. Measurements of mass balance in dense snow avalanche events. *Annals of Glaciology* **32**, 230–236.
- Voellmy, A., 1955. Über die Zerstörungskraft von Lawinen. *Schweizerische Bauzeitung* **73**, 159–165, 212–217, 246–249, 280–285.

Modélisation des avalanches

Formulation mathématique de trois classes de modèles

Mohamed Naaim

Résumé : Ce texte complète le texte rédigé par Dieter Issler qui contribue au même module (6.1). Il présente la formulation mathématique des modèles des principales classes d'avalanches de neige aussi bien denses qu'aérosol. Ce document commence par l'analyse des possibilités et des difficultés liées à l'assimilation de la neige en écoulement à un milieu continu. En effet le formalisme mathématique de la mécanique des fluides ne s'applique qu'au milieu continu. Nous présentons ensuite trois classes de modèles. La première considère l'avalanche comme un bloc, rigide pour les avalanches denses et déformable pour les avalanches en aérosol. Pour cette classe de modèles les équations qui gouvernent la dynamique sont explicitées et quand cela est possible des solutions analytiques, utiles à l'ingénieur, sont fournies. Nous présentons par la suite la classe des modèles moyennés sur l'épaisseur dits de Saint Venant. La encore le formalisme qui conduit à l'obtention des équations est décrit simplement et les équations résultantes sont présentées. La troisième classe des modèles, beaucoup plus complexes, est présentée notamment pour le cas des avalanches aérosol et les avalanches mixtes.

Snow avalanches modeling

Mathematical formulation of three classes of models

Mohamed Naaim

Abstract: This paper complements the text written by Dieter Issler for the module 6.1. It presents the mathematical formulation of the main classes of models of flowing and powder snow avalanches. The paper starts by analyzing the opportunities and challenges related to the assimilation of flow wing snow to continuous medium. Indeed, the mathematical formalism of fluid mechanics requires the continuous media hypothesis. Afterwards we present three classes of models. The first one considers the avalanche as a block, rigid for dense avalanches and deformable for the powder avalanches. For this class the equations governing the avalanche dynamics are explained and when possible analytical solutions, useful for practical applications, are provided. The second class of models we presented in this paper are the depth averaged models. Again the formalism that leads the equations is simply described and the resulting equations are presented. The third class of models described in this paper, much more complex, are developed especially powder and mixed avalanches.

1 La neige en écoulement vue comme un milieu continue

1.1 Composition du manteau neigeux et de l'avalanche

Les chutes de neige successives et les transformations thermodynamiques rendent le manteau neigeux très complexe. Il est souvent formé de plusieurs couches composées de grains de forme et de dimension variées. La présence ou non de ponts de glace ou d'eau confère à chaque couche une cohésion plus ou moins forte. Chaque couche a donc un comportement mécanique différent. Le manteau neigeux est ainsi un milieu hétérogène et anisotrope. Rapidement, après le déclenchement de l'avalanche, le matériau se désagrège et le fort brassage mélange ses différentes couches et rend la composition de l'avalanche plus homogène. Le matériau résultant est composé d'un mélange de grains de différentes dimensions, de différentes formes et de différentes masses volumiques.

Dans certains cas, et surtout pour les avalanches majeures de neige sèche, le manteau neigeux mobilisé est composé essentiellement de neige récente. Dans ce cas le manteau neigeux initial est assez homogène et ne contient que de la neige non transformée.

1.2 Assimilation à un milieu continu et à un fluide simple

À l'arrêt, le grain de neige a une dimension caractéristique de l'ordre du millimètre et le manteau neigeux une dimension moyenne de l'ordre du mètre. Nous pourrions donc supposer le manteau neigeux comme un milieu continu solide. En écoulement, la dimension caractéristique des avalanches est très grande devant la dimension du grain de neige, ce qui permet encore d'assimiler l'avalanche à un milieu continu. Parfois, et surtout en neige humide, des blocs de dimensions importantes se forment. Le rapport de leur dimension par rapport à la dimension de l'avalanche est proche de l'unité. Dans ce cas l'assimilation de l'avalanche à un milieu continu est discutable.

Des différences importantes existent entre le grain de neige et la molécule d'un fluide simple tel que l'eau, tant au niveau de la masse qu'au niveau du diamètre. Le grain de neige est 10^{17} fois plus lourd et plus volumineux qu'une molécule d'eau. L'interaction entre les molécules est complètement élastique alors que l'interaction entre grains peut se faire aussi bien par chocs que par frottements et s'accompagne toujours d'une perte d'énergie. La granulométrie étalée, la forme non régulière des grains, et le fait que les chocs entre grains ne soient pas toujours centrés, créent des difficultés qui rendent l'assimilation de l'avalanche à un fluide simple très discutable. Pour l'établissement de lois de comportement des milieux granulaires, les théories existantes s'appuient sur l'hypothèse que les matériaux sont homogènes mono dispersés ; composés de sphères de diamètres et de masse volumique constants. Une fois établies, les lois de comportement sont ensuite étendues à des milieux granulaires de compositions plus complexes tels que le sable ou la neige.

1.3 Classification des avalanches issue des milieux granulaires

La concentration solide (c'est à dire la quantité de glace par unité de volume de neige) est un bon indicateur pour opérer une première classification. Mais cette classification ne permet pas d'expliquer à elle seule les différents régimes d'écoulement. Pour la compléter, il est nécessaire d'analyser les mécanismes physiques qui gouvernent les écoulements et qui génèrent les transitions d'un type d'écoulement vers un autre. Pendant l'écoulement des avalanches, de neige sèche notamment, les phénomènes physiques qui sont responsables de la dissipation d'énergie sont le frottement inter grains, les collisions entre les grains, la viscosité de l'air et la turbulence de l'air. Ces phénomènes coexistent

simultanément durant un même événement. Il existe cependant des phases d'écoulements où l'un d'entre eux est dominant par rapport aux autres. A forte concentration solide, les particules sont en contact permanent. Ce type d'écoulement est observé quand la vitesse de l'avalanche est faible. Les particules de neige sont animées de vitesses relatives faibles les unes par rapport aux autres. Les contacts, peu énergiques et de longue durée, se font essentiellement par frottements. C'est le cas de l'écoulement dense faiblement cisailé. L'augmentation de la vitesse de l'avalanche va s'accompagner d'une diminution de la concentration solide. Les durées des contacts entre grains vont devenir de plus en plus courtes. Les interactions seront plus brèves et plus énergiques, et s'apparenteront de plus en plus à des collisions qu'à des frottements. Le milieu se détend et se fluidise. De ce fait les échanges de quantité de mouvement se feront grâce aux chocs entre les particules. A ce stade, bien que le cisaillement soit fort, les mouvements des particules sont encore peu affectés par l'air. En effet leurs trajectoires sont encore courtes du fait de la relative forte concentration en matériau solide. Ce régime est qualifié de fluidisé. La contrainte que l'air exerce sur l'avalanche augmente proportionnellement au carré de sa vitesse. Au delà d'une certaine vitesse cette force devient suffisante pour soulever et mettre en suspension les particules de neige pour former un écoulement aérosol ou poudreux. Dans ce type d'écoulement, du fait du fort cisaillement et de la faible concentration volumique, c'est la turbulence du fluide interstitiel qui est le principal responsable de la dissipation d'énergie.

2 Description mathématique des modèles simples

2.1 Bloc indéformable pour les avalanches denses

Pour les avalanches denses des modèles simples ont été développés depuis les années 50 afin d'estimer des caractéristiques globales de l'avalanche telles que la vitesse, la pression et la distance maximale parcourue. Ils sont largement utilisés dans l'ingénierie. Malgré leur simplicité et leur caractère approximatif, ils peuvent fournir des résultats fort intéressants. Les paramètres de ces modèles sont largement issus de rétro analyses d'événement historiques. Dans ce type de modèles l'ensemble du volume de l'avalanche est considéré comme un corps rigide qui se déplace à la même vitesse. Les variations de hauteur et de vitesse entre les différentes parties de l'avalanche sont d'entrée négligées.

Pour écrire l'équation qui gouverne la dynamique de l'avalanche on a besoin d'un référentiel, c'est à dire un repère (o,x,y,z). Pour ce type de modèle, on considère que l'axe ox est l'abscisse curviligne le long du le fond du couloir sur lequel l'avalanche s'écoule. L'axe z est perpendiculaire à la surface du couloir et orienté vers le haut. La masse, le volume, l'épaisseur et la vitesse de l'avalanche sont respectivement notés M, V, h, v. La pente du couloir dépend de l'abscisse x. Elle est notée θ_x . La vitesse selon les axes y et z sont considérés comme négligeables. La loi de Newton qui stipule que l'accélération à laquelle est soumise l'avalanche est égale à la somme des forces extérieures appliquées à l'avalanche. La force motrice qui induit le mouvement de l'avalanche est son poids. Cette force a deux composantes :

- une selon l'axe z, que l'on appellera $R = M g \cos(\theta_x)$
- et une selon l'axe x égale à $M g \sin(\theta_x)$.

L'avalanche en mouvement est en contact avec deux milieux immobiles :

- L'air exerce sur l'avalanche une force de frottement qui s'opposent à son

mouvement et qui est proportionnelle au carrée de sa vitesse : $F_a = \nu \rho_{air} S_{air} v^2$.

- L'avalanche étant considérée comme un solide glissant, la force exercée par le sol est proportionnelle au poids de l'avalanche. Mais à cette interface se forme une couche granulaire fortement cisailée, c'est à dire que la vitesse varie beaucoup avec la distance au sol. Pour tenir compte de ce comportement (couche granulaire cisailée) le coefficient de frottement va dépendre de la vitesse et de l'épaisseur de l'écoulement. La première loi de frottement de l'histoire a été proposée par Voellmy dès 1955. Elle s'écrit : $F_{sol} = (\mu + \frac{v^2}{\xi h}) R$. Dans cette loi le coefficient μ traduit la capacité de frottement de la neige. Il dépend essentiellement de sa qualité. Il est communément admis que ce coefficient varie entre 0.15 et 0.4. Le coefficient ξ (dit frottement dynamique) est vu comme traduisant l'impact de la géométrie du couloir sur la dissipation d'énergie. Il dépend a priori de la rugosité du couloir. Il varie de 400 à 1000 voire même 1500 m.s⁻². C'est deux coefficients ne peuvent pas être mesurés directement. Ils sont ajustés sur des séries de données historiques.

La somme des forces extérieures prend alors la forme:

$$F_x = \rho_{neige} V g \sin(\theta_x) - (\mu + \frac{v^2}{\xi h}) \rho_{neige} V \cos(\theta_x) - \nu \rho_{air} S_{air} v^2$$

D'après le principe de Newton, cette force est égale à l'accélération que subit le bloc :

$$\rho_{neige} V \frac{dv}{dt} = \rho_{neige} V g \sin(\theta_x) - (\mu + \frac{v^2}{\xi h}) \rho_{neige} V \cos(\theta_x) - \nu \rho_{air} S_{air} v^2$$

Cette équation se simplifie en :

$$\frac{dv}{dt} = g \sin(\theta_x) - (\mu + \frac{v^2}{\xi h}) g \cos(\theta_x) - \nu \frac{\rho_{air} S_{air}}{\rho_{neige} V} v^2$$

$$\frac{dv}{dt} = g \tan(\theta_x) \cos(\theta_x) - (\mu + \frac{v^2}{\xi h}) g \cos(\theta_x) - \nu \frac{\rho_{air} S_{air}}{\rho_{neige} V} v^2$$

$$\frac{dv}{dt} = g \cos(\theta_x) (\tan(\theta_x) - \mu - \frac{v^2}{\xi h}) - \nu \frac{\rho_{air} S_{air}}{\rho_{neige} V} v^2$$

Compte tenu du rapports des masses volumiques entre l'air et la neige dense on peut négliger la force exercée par l'air sur l'avalanche dense. On se ramène alors à une équation plus simple :

$$\frac{dv}{dt} = g \cos(\theta_x) (\tan(\theta_x) - \mu - \frac{v^2}{\xi h})$$

Pour résoudre cette équation il est utile de noter que $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dx}$.

Alors l'équation devient : $\frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dx} = g \cos(\theta_x) (\tan(\theta_x) - \mu - \frac{v^2}{\xi h})$

Selon cette équation deux régimes d'écoulement sont possibles : un régime qui tend vers un écoulement stationnaire ou un écoulement qui décélère et s'arrête.

Si pour un tronçon du couloir $\tan(\theta_x) > \mu$ alors l'équation admet une solution analytique et

un régime d'écoulement permanent est possible. Ce tronçon fait partie de la zone d'écoulement. Si on note $v_{max}^2 = \xi h (\tan(\theta_x) - \mu)$ alors l'équation qui gouverne la vitesse devient :
$$\frac{d(v^2)}{dx} = -2 \frac{g \cos(\theta_x)}{\xi h} (v^2 - v_{max}^2)$$

Pour tous les tronçons de pente constante vérifiant $\tan(\theta_x) > \mu$, v_{max} est constant. Si on connaît la vitesse d'entrée v_e dans ce tronçon, l'évolution de la vitesse dans le tronçon est donnée par la formule :

$$v = v_{max} \sqrt{\left(1 + \left(\frac{v_e}{v_{max}}\right)^2 - 1\right) e^{-2 \frac{g \cos(\theta_x)}{\xi h} (x - x_e)}}$$

Si $\tan(\theta_x) < \mu$, il n'existe pas de solution stationnaire, il faut repartir de l'équation :

$$\frac{dv^2}{dx} = 2 g \cos(\theta_x) (\tan(\theta_x) - \mu - \frac{g}{\xi} \frac{v^2}{g h}) = -2 \frac{g \cos(\theta)}{\xi h} (v^2 - \xi h (\mu - \tan(\theta_x)))$$

Que l'on transforme en :

$$\frac{d(v^2 - \xi h (\mu - \tan(\theta_x)))}{(v^2 - \xi h (\mu - \tan(\theta_x)))} = -2 \frac{g \cos(\theta)}{\xi h} dx$$

L'intégration de cette équation permet de déterminer l'évolution de la vitesse dans la phase d'arrêt de l'avalanche et sa distance d'arrêt :

$$\ln \frac{v^2 - \xi h (\mu - \tan(\theta_x))}{v_e^2 - \xi h (\mu - \tan(\theta_x))} = -2 \frac{g \cos(\theta)}{\xi h} (x - x_e)$$

ou encore :

$$v^2 = \xi h (\mu - \tan(\theta_x)) \left(1 + \left(1 - \frac{v_e^2}{\xi h (\mu - \tan(\theta_x))}\right) e^{-2 \frac{g \cos(\theta)}{\xi h} (x - x_e)}\right)$$

L'abscisse d'arrêt du centre de gravité x_{stop} est l'endroit où la vitesse s'annule. Elle est donnée par :

$$x_{stop} - x_e = \frac{\xi h}{2 g \cos(\theta)} \ln \frac{v_e^2 - \xi h (\mu - \tan(\theta_x))}{-\xi h (\mu - \tan(\theta_x))}$$

La distance d'arrêt de l'avalanche est obtenue en rajoutant la demie longueur de l'avalanche à cette distance. Noter que la distance d'arrêt est ici calculée le long du profil curviligne du couloir et non sur sa projection sur l'horizontale.

Ce modèle permet de modéliser la vitesse de l'avalanche sur l'ensemble du couloir et d'accéder à la distance d'arrêt. Pour ceux qui ne souhaitent pas utiliser ces formules, le modèle CM développé par le Cemagref peut le faire de manière très simple.

2.2 Bloc déformable pour les avalanches en aérosols

La première génération des modèles d'avalanche en aérosol a exploité l'analogie avec les courants de gravité. Dans ce cours nous nous contenterons de présenter le modèle le plus simple mais dans sa version la plus récente. Pour cela nous considérerons le cas simple d'une avalanche aérosol canalisée dans un couloir de pente θ_x par rapport à l'horizontale. H est l'épaisseur du nuage, L sa longueur, M sa masse et V son volume. La

vitesse du centre de gravité du nuage est $v = \frac{dx}{dt}$ où x est l'abscisse du centre de gravité. La position du front est notée x_f et la vitesse du front est notée $v_f = \frac{dx_f}{dt}$. La concentration solide (en neige) est notée c . La masse volumique des particules de neige est notée ρ_n et la masse de l'air est ρ_a .

La masse volumique moyenne du nuage est :

$$\rho = c \rho_n + (1-c) \rho_a$$

Devant le front de l'avalanche existe un manteau neigeux formé de neige récente d'épaisseur h_n et dont la concentration solide est égale à la concentration maximale c_m . La surface par unité de largeur en contact avec l'air (le périmètre dans notre cas simplifié) est notée S . La plupart des auteurs qui ont modélisé les avalanches aérosols ont considéré une forme semi-elliptique caractérisée par un rapport constant entre l'épaisseur et la longueur ($k=H/L$ est une constante sur une pente constante). Pour une ellipse, en première approximation, la surface S est donné par :

$$S = \pi \sqrt{2} \sqrt{(H^2 + L^2)}$$

Le volume par unité de largeur est donné par : $V = \frac{\pi}{4} HL$

Si on définit les taux de croissance de H , de L et de V par :

$$\alpha_V = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{dV}{dx}, \alpha_H = \frac{dH}{dx} \text{ et } \alpha_L = \frac{dL}{dx}$$

Compte tenu des relations géométriques dans une ellipse :

$$\frac{\alpha_L}{\alpha_H} = \pi \text{ et } \alpha_V = 2 \alpha_H \sqrt{\left(\frac{\pi}{4} \frac{L}{H}\right)}$$

Le modèle simple utilise trois équations : la conservation du volume, la conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement. La variation du volume est principalement liée au volume d'air qui traverse l'interface de l'avalanche avec l'air. Les instabilités qui naissent et se développent dans la couche de mélange que constitue cette interface en sont responsables. Les travaux antérieurs ont montré que le taux d'incorporation dépend fortement du rapport entre la gravité et l'inertie de l'avalanche. Le nombre sans dimension de Richardson, rapport entre le poids et l'inertie, est utilisé pour modéliser le taux d'incorporation. Il est donné par :

$$R_i = g \frac{\rho - \rho_a}{\rho} \frac{H \cos(\theta)}{v^2}$$

Le traitement de données antérieures, par Ancey 2004, a permis de relier le taux de croissance du volume au nombre de Richardson par la relation empirique suivante :

$$\alpha_V = e^{-1.6 R_i^2} \text{ si } R_i < 1$$

$$\alpha_V = \frac{0.2}{R_i} \text{ si } R_i > 1$$

La conservation de la masse s'écrit

$$\frac{dM}{dt} = \rho_a \frac{dV}{dt} + \rho_s v_f h_n$$

vs est la vitesse de chute des particules. La masse est égale au produit de la densité moyenne multiplié par le volume, l'équation de conservation de la masse se simplifie alors :

$$\frac{d\bar{\rho}V}{dt} - \rho_a \frac{dV}{dt} = \frac{d(\bar{\rho} - \rho_a)V}{dt} = \rho_s v_f h_n$$

Le volume subit deux forces principales : la gravité bien sûr qui est le moteur de l'écoulement et les forces de frottement au contact de l'air ambiant et du sol. La composante de la gravité parallèle à l'écoulement est la force motrice. Elle est égale :

$$\Delta \bar{\rho} g \sin(\theta_x)$$

La force de frottement au sol est négligeable devant la force de frottement à l'interface air avalanche. Cette dernière s'exprime par :

$$\rho_a k \frac{d(vV)}{dt}$$

La conservation de la quantité de mouvement se réduit donc à :

$$\bar{\rho} \frac{d(vV)}{dt} = \bar{\rho} g \sin(\theta_x) - \rho_a k \frac{d(vV)}{dt}$$

ou encore

$$\frac{d((\bar{\rho} + k\rho_a)vV)}{dt} = \bar{\rho} g \sin(\theta_x)$$

Finalement le système d'équation à résoudre pour décrire la dynamique d'une avalanche aérosol est le suivant :

$$\frac{dV}{dx} = \alpha_v \sqrt{V} \quad \alpha_v = e^{-1.6R_i^2} \text{ si } R_i < 1 \text{ et } \alpha_v = \frac{0.2}{R_i} \text{ si } R_i > 1$$

$$v_f = v \left(1 + \frac{\pi \alpha_v}{\sqrt{k}} \right) \text{ où } k = \frac{H}{L}$$

$$\frac{d(\bar{\rho} - \rho_a)V}{dt} = \rho_s v_f h_n$$

$$\frac{d((\bar{\rho} + k\rho_a)vV)}{dt} = \bar{\rho} g \sin(\theta_x)$$

Par un processus itératif en temps, il est possible de résoudre ces équations et obtenir, la position, le volume, la masse volumique et la vitesse de l'avalanche sur l'ensemble de son parcours. Il faut noter que cette nouvelle version qui intègre notamment le nombre de Richardson a été comparée à des résultats d'avalanche à la Sionne en Suisse et qu'elle a donné une très bonne reproduction des mesures de hauteur et de vitesse. Pour plus d'information se référer à la large bibliographie dans le domaine, notamment à l'article de Ancey 2004 et à Turnbull et al. 2007.

Ce modèle est résolu par un schéma numérique adapté et le Cemagref a interfacé le code de calcul résultant avec le logiciel Excel. Il pourra être utilisé lors de la formation.

3 Description mathématique des modèles élaborés

3.1 Modèle type fluide pour les avalanches denses

Pendant leurs écoulements les avalanches de neige denses ne se comportent manifestement pas comme des solides. A chaque instant, l'épaisseur et la vitesse de l'écoulement varient d'un point à l'autre. L'avalanche se contracte ou s'étale en fonction de la topographie. Son écoulement est donc proche de celui d'un fluide. Dans les couloirs à topographie complexe, les grandeurs de l'écoulement ne sont pas répartis de manière homogène. Pour tenir compte de cette complexité, il faut appliquer les lois de conservation de la mécanique des fluides avec moins d'hypothèses simplificatrices.

Dans la plus part des cas l'épaisseur de l'avalanche H est négligeable devant sa longueur.

Le paramètre $\epsilon = \frac{H}{L}$ est très petit devant l'unité.

Les grandeurs d'intérêts sont les vitesses : (u,v,w) en fonction de (x,y,z) et du temps t et la position de la surface libre pour définir l'épaisseur de l'écoulement $h(x,y,t)$. Il est classique en mécanique des fluides pour comparer des grandeurs entre elles de rendre sans dimension toutes les grandeurs. Nous allons donc diviser les trois vitesses par une vitesse caractéristique U , les deux dimensions x et y par la longueur de l'écoulement L , la dimension z par la Hauteur H et le temps par T tel que $T = \frac{L}{U}$.

En considérant, la neige comme faiblement compressible, la conservation de la masse dans un volume de contrôle, fixe dans le référentiel (x,y,z) , s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{\rho}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Écrire cette équation avec les variables sans dimensions :

$$\frac{U}{L} \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{U}{L} \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{U}{H} \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0$$

$$\frac{\partial w'}{\partial z'} = \frac{-H}{L} \left\{ \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} \right\} \simeq 0.$$

Comme la vitesse verticale est nulle en $z'=0$ alors la vitesse verticale peut être négligée partout vu que son gradient verticale est très faible devant les autres termes.

La conservation de la quantité de mouvement dans un volume de contrôle, fixe dans le référentiel (x,y,z) , s'écrit :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \{ \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \} \vec{v} = \frac{-1}{\rho} \vec{\nabla} P + \nu \nabla^2 \vec{v} + \vec{g}$$

où P est la pression, ν la viscosité cinématique et g l'accélération de la pesanteur.

Cette équation se décompose en trois équations :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} = g_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + v \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\} = g_y$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = g_z \Rightarrow P(z) = g_z(h-z)$$

Compte tenu de la simplicité d'équation sur l'axe z, il est possible d'intégrer toutes les équations sur l'épaisseur de l'écoulement. Tout calculs faits on obtient :

La conservation de la masse :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{v}}{\partial y} = \Psi$$

La conservation de la quantité de mouvement selon l'axe x :

$$\frac{\partial h\bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{u}\bar{v}}{\partial y} = g h \sin(\theta_x) - \frac{1}{2} g \frac{\partial h^2}{\partial x} - \tau_x$$

$$\frac{\partial h\bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}\bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{v}^2}{\partial y} = g h \sin(\theta_y) - \frac{1}{2} g \frac{\partial h^2}{\partial y} - \tau_y$$

Ces trois équations nous permettent de déterminer les trois grandeurs d'intérêt que sont l'épaisseur de l'écoulement et les vitesses moyennes sur l'épaisseur en fonction de (x,y,t).

Il reste à définir les frottements à la base et le flux d'érosion ou de dépôt.

Le modèle le plus simple et le plus utilisé dans la littérature est le modèle de Voellmy qui permet de relier les contraintes à la base aux grandeurs moyennes de l'écoulement par :

$$\tau = \begin{Bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{Bmatrix} = \left(\mu + \frac{\|\vec{u}\|^2}{\xi h} \right) \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}$$

Pour l'expression du modèles d'érosion se référer à Naaim et al. 2003.

Ces équations écrites en bidimensionnel peuvent être moyennée par section en travers d'un couloir. L'abscisse x est alors l'abscisse curviligne qui suit le thalweg. Si on note S la section (mouillée), Q le débit moyen, alors les équations se ramènent à :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \Phi$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{S} \right) + g S \frac{\partial z}{\partial x} = g S \frac{\partial z_f}{\partial x} - \left(\mu - \frac{v^2}{\xi R} \right) g S \cos(\theta)$$

Où R est le rayon hydraulique (rapport entre la section mouillée et le périmètre mouillé), z la côte de la surface libre, z_f la côte du fond (l'épaisseur de l'écoulement est h=z-z_f), v la vitesse moyenne (v=Q/S) et Φ le flux d'érosion ou de dépôt.

Ces équations n'admettent pas solutions simples dans tous les cas. Dans certaines conditions, il est possible de développer des solutions autosimilaires, qui respectent les deux principes de conservation, et qui donnent des résultats particulièrement intéressant. Pour plus d'informations se référer à l'article Chambon et Naaim 2009.

Ces équations sont par contre résolues numériquement et plusieurs logiciels ont été produit par la communauté scientifique aussi bien en France (Cemagref), qu'en Suisse (SLF) qu'en Norvège (NGI). Le Cemagref mettra à la disposition des étudiants une version

du code Saint Venant.

3.2 Modèles de type fluide pour les avalanches en aérosol

Pour les avalanches aérosol longues ($\frac{H}{L} \ll 1$), il est difficile d'assimiler l'avalanche à un bloc déformable qui conserve sa forme tout au long de l'écoulement. Il faut alors comme pour les avalanches denses construire, à partir des lois de conservations de la mécanique des fluides et des hypothèses moins fortes, un jeu d'équations qui rendent compte de l'évolution des grandeurs significatives pour les avalanches aérosols. La modélisation présentée ci-après s'inspire de la modélisation proposée originalement par Parker et al. 1986.

La première grandeur d'intérêt est l'évolution de l'épaisseur de l'avalanche en fonction du temps et des coordonnées spatiales (x,y). L'intégration sur l'épaisseur de la conservation du volume s'écrit donne :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{v}}{\partial y} = E_a u$$

où E_a est le coefficient d'entrainement du fluide ambiant.

La conservation de la masse de neige s'écrit :

$$\frac{\partial Ch}{\partial t} + \frac{\partial Ch\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial Ch\bar{v}}{\partial y} = v_s E_s - v_s C_b$$

v_s est la vitesse de chute des particules, C_b est la concentration à la base et E_s est un coefficient d'entrainement (érosion) dépendant de la turbulence (u_*).

La conservation de la quantité de mouvement de l'ensemble :

$$\frac{\partial h\bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{u}\bar{v}}{\partial y} = \frac{\Delta\rho}{\rho} g \left\{ Ch \sin(\theta_x) - \frac{1}{2} \frac{\partial Ch^2}{\partial x} \right\} - u_*^2$$

La conservation de l'énergie cinétique turbulente K (nécessaire pour déterminer u_*) est donnée par :

$$\frac{\partial h\bar{K}}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}K}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{v}K}{\partial y} = Production - Dissipation$$

Des formulations empiriques des termes de productions et de dissipation peuvent être trouvées dans Parker et al. 1986. Le caractère non linéaire de ces équations, fait qu'il n'existe pas de solution analytique simple. Seule la résolution numérique moyennant des schémas numériques adaptés permet de résoudre ces équations.

3.3 Modèle type fluide pour les avalanches mixtes

Les avalanches mixtes peuvent être modélisés par la superposition des deux modèles présentés ci-dessus. La première couche correspond à l'avalanche dense. L'interaction avec l'air produit des arrachements de particules à la surface de l'avalanche dense quand la vitesse est suffisamment grande pour vaincre les forces de cohésion inter granulaires.

4 Formulation mathématique du modèle tridimensionnel des avalanches aérosol

Dans ce qui suit nous proposons une modélisation multiphasique et tridimensionnelle des

avalanches aérosols.

4.1 Équations de base

L'avalanche poudreuse est considérée ici comme un écoulement multiphasique formé de particules de neige et d'air. La gravité appliquée à cette suspension est le terme moteur de l'écoulement. Le modèle proposé suppose que l'air est un fluide newtonien et un gaz parfait. Les équations sont écrites dans un repère galiléen (x,y,z). La gravité est donnée par $\vec{g}=(0,0,-g)$. Les autres variables sont: ρ_a la masse volumique de l'air, ρ_s la masse volumique de la neige, $\vec{u}_a=(u_a, v_a, w_a)^t$ la vitesse de la phase gazeuse, $\vec{u}_s=(u_s, v_s, w_s)^t$ la vitesse de la phase solide, p la pression de la phase gazeuse, c la concentration volumique en particules. Dans l'avalanche poudreuse, c est très petit. Nous supposons l'interaction entre les particules négligeable.

Les équations gouvernant l'écoulement sont les lois de conservation de la mécanique des fluides. La conservation de la masse et de la quantité de mouvement est considérée pour chaque phase :

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_a u_{ai})$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (c u_{si}) = 0.$$

$$\frac{\partial (\rho_a u_{ai})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_a u_{ai} \cdot u_{aj}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_a u_{ai}) \right) - c \rho_s g_i + F_i$$

$$\frac{\partial c u_{si}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (c u_{si} u_{sj}) + \frac{c}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial x_i} = -c g_i - F_i$$

,où $F_i = \frac{18\mu_a}{d^2} c(1-c) \left(1 + \frac{R_{ep}^2}{6}\right) (u_{si} - u_{ai})$, $R_{ep} = \frac{\|\vec{u}_{si} - \vec{u}_{ai}\| d}{\nu_a}$, d est le diamètre des particules,

ν la viscosité de l'air ($\mu = \rho_a \nu$) et p la pression définie par la loi isentropique. L'introduction de la décomposition de Reynolds suivi par l'opération moyenne, permet de déterminer les équations qui gouvernent l'écoulement moyen. Dans ces équations apparaissent de nouvelles variables. Elles correspondent aux corrélations du second ordre résultant des non-linéarités des équations de Navier-Stokes. Elles sont modélisées en utilisant le modèle de viscosité tourbillonnaire de Boussinesq. Les équations du mouvement sont :

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_a u_{ai})$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (c u_{si}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_c} \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) + \Phi_{ed} \cdot \vec{n}$$

$$\frac{\partial (c u_{si})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (c u_{si} u_{sj}) + \frac{c}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial c k_s}{\partial x_i} - c g_i - (\Phi_{ed} \cdot \vec{n}) \cdot u_{si} - F_i$$

$$\frac{\partial (\rho_a u_{ai})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_a u_{ai} \cdot u_{aj}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_a u_{ai}) \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} - c \rho_s g_i + F_i$$

L'énergie turbulente de la phase solide est liée à l'énergie turbulente de la phase

gazeuse par $k_s = \frac{1}{1 + \frac{t_p}{t_l}} k$ proposée dans Hinze 1975, où $t_p = \frac{\rho_s d^2}{18 \mu [1 + \frac{R^{\frac{2}{3}}}{6}]}$ est le temps

caractéristique des particules et ($t_l = 0.41 \frac{k}{\epsilon}$) est le temps de retournement d'une des structures turbulentes. σ_c est ici considéré égal à 0.5 (Naaim et Martinez 1995). ϕ est le flux de masse échangé entre l'écoulement poudreux et l'écoulement dense. Il représente l'érosion ou le dépôt des particules. \vec{n} est la normale extérieure au domaine.

4.2 Modèle de turbulence

Nous avons retenu le modèle proposé par Chen et Wood (1985). Il est basé sur le modèle classique k-ε où de nouveaux termes sont introduit pour prendre en compte la réduction de la turbulence induite par la présence des particules. Les équations du modèle sont :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{x_j} - \epsilon + S_k$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) - C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{x_j} - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon$$

où $-\overline{u_i' u_j'} = \frac{-2}{3} k + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, $S_k = \frac{-2k}{t} \left(1 - e^{-\frac{t_d \epsilon}{2k}} \right) c$, $S_\epsilon = \frac{-2\epsilon}{t_d} c$ et $t_d = \frac{d^2 \rho_s}{18 \mu}$.

La viscosité turbulente est reliée à l'énergie turbulente k et au taux de dissipation turbulente ε par le formule suivante : $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$.

Les valeurs des différentes constantes utilisées dans ce modèle sont dans la table suivante:

Constante	C_μ	σ_k	σ_ϵ	$C_{1\epsilon}$	σ_c	$C_{2\epsilon}$
Valeur	0.09	1	1.22	1.44	0.5	1.92

4.3 Conditions aux limites

4.3.1 La vitesse

Le modèle d'avalanche poudreuse a besoin d'un ensemble de conditions aux limites à l'interface avec l'écoulement dense. Concernant la vitesse à cette interface, l'écoulement est considéré comme une couche limite turbulente défini par une rugosité et une vitesse turbulente :

$$\vec{u}_p - \vec{u}_d = \frac{\vec{u}}{K} \ln \frac{z - z_d}{z_0}$$

où \vec{u}_p est la vitesse moyenne à la base de l'écoulement poudreux et \vec{u}_d est la vitesse moyenne dans l'écoulement dense. Quant l'avalanche poudreuse se déplace seule sans avalanche dense, la vitesse du sol est prise égale à zéro.

A la limite, l'énergie et la dissipation turbulente sont reliés à \vec{u} par:

$$k = \frac{\sigma_\epsilon (C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1})}{K^2} \|\vec{u}\|^2 \quad \text{et} \quad \epsilon = \frac{\sigma_\epsilon (C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1}) \|\vec{u}\|^3}{K^2 K_z}, \quad \text{où } K \text{ est la constante de von}$$

Karman.

4.3.2 L'échange de masse

Premièrement, nous supposons que la neige est principalement entraînée par les forces aérodynamiques et les forces d'impact des particules au travers d'une couche de saltation. Le nombre N des particules entraînées par unité de surface et par unité de temps est proportionnel à l'excès de contrainte:

$$N = \zeta (\rho_a u_{*r}^2 + \rho_s c u_{*s}^2 - \rho_a u_{*t}^2)$$

où u_{*t} est la vitesse de frottement limite de mise en mouvement de la neige et ζ est une constante. u_{*t} dépend de la cohésion de la neige, de sa densité et de sa granulométrie.

Le frottement turbulent est modifié par la présence des particules. Peu de données existent pour déterminer ce rôle. Nous supposons que la vitesse de frottement réelle dans la couche interface u_{*r} , qui est responsable de l'érosion, est reliée à la vitesse turbulente calculée dans l'écoulement poudreux par:

$$u_{*r} = u_* + (u_{*t} - u_*) \left(\frac{c}{c_{max}} \right)^2$$

$$u_{*s} = \left\{ u_* + (u_{*t} - u_*) \left(\frac{c}{c_{max}} \right)^2 \right\} \sqrt{\frac{t_l}{1 + t_p}}$$

Quand la concentration volumique en particules est nulle, la vitesse réelle est égale à la vitesse turbulente à la base de l'écoulement poudreux. Quand la concentration volumique atteint sa valeur maximale, la vitesse de frottement réelle est égale à la vitesse limite d'érosion et l'érosion s'arrête. Nous supposons que pour que la turbulence puisse exister, il faut que la concentration soit inférieure à 10 % ($C_{max} = 10\%$).

L'érosion a lieu seulement quand $u_* > u_{*t}$. Le flux d'érosion par unité de surface et par unité de temps Φ_e est donné par: $\Phi_e = A (\rho_a u_{*r}^2 + \rho_s u_{*s}^2 - \rho_a u_{*t}^2)$

Le coefficient A dépend du type de neige. Le flux de dépôt qui a lieu seulement quand $u_* < u_{*t}$ est proportionnel à la vitesse de chute des particules v_s . Il est modifié par la turbulence de l'écoulement. A $u_* = u_{*t}$, le flux de sédimentation est nul. A $u_* = 0$, le flux de sédimentation est maximal et est égale à $v_s c$. La force exercée par la turbulence sur chaque particule est proportionnelle à u_*^2 . Nous proposons alors le modèle suivant

pour le flux de dépôt : $\Phi_d = -c v_s \left\{ \frac{u_{*t}^2 - u_*^2}{u_{*t}^2} \right\}$.

Ce modèle de dépôt a été proposé et validé pour la simulation de dépôt de neige derrière une barrière à neige (Naaim et al. 1997).

Pour simuler des avalanches réelles, il est possible de coupler ce modèle avec une sous couche dense gouverné par un modèle de type Saint Venant. Ce type de modèle couplé a été développé au Cemagref et a été utilisé notamment pour reproduire la trajectoire et les effets de l'avalanche de Montroc 1999.

5 Importance du calage

Les conditions de production des avalanches tant en termes de quantité que de qualité de la neige sont éminemment variables. Le caractère extrêmement non linéaire des processus élémentaires gouvernant le déclenchement, la dynamique des avalanches et l'existence de nombreux effets de seuils peuvent produire pour des conditions quasi identiques des résultats fort différents. La connaissance de la physique est encore lacunaire et la plus part des modèles sont construits à partir d'hypothèses simplificatrices fortes.

Il est donc recommandé pour chaque étude avec modélisation de :

- Recueillir les données historiques et rétro analyser les évènements
- Procéder systématiquement à une analyse de sensibilité aux paramètres d'entrée et de frottement des modèles utilisés.
- Coupler fortement connaissances du terrain et résultats de modélisation.

6 Références

1. **Ancey, C.** 2004 Powder-snow avalanches: approximation as non-Boussinesq clouds with a Richardson-number-dependent entrainment function. *J. Geophys. Res.* 109, F01005.
2. **Chambon, G., Naaim, M.** - 2010. Scaling relationships for constant-volume snow avalanches. *Annals of Glaciology*, vol. 51, n° 54
3. **Chen, C. P., and Wood, P. E.**, 1985. A turbulence closure model for dilute gas particle flows. *Canadian J. Chem. Engng.*, **63**(3), 349-360.
4. **Haff, P.K.**, 1993, "Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon", *J. Fluid. Mech.*, **134**, 401-430.
5. **Hinze, J.O.**, 1975, *Turbulence*, MacGraw-Hill, 2nd Edition.
6. **Naaim, M., Naaim-Bouvet, F., Faug, T., Bouchet, A.** (2004). Dense snow avalanche modelling: flow, erosion, deposition and obstacle effects. *Cold Regions Science and Technology* 39. pp 193-204.
7. **Naaim M., Martinez H.**, 1995, Experimental and theoretical determination of concentration profiles and influence of particle characteristics in blowing snow, *Surveys in Geophysics*, **16**, pp: 695-710.
8. **Parker, G., Fukushima, Y., Pantin, H.M.** 1986 Self-accelerating turbidity currents. *J. Fluid Mech.* 171, 145–181.
9. **Turnbull, B., McElwaine, J., Ancey, C.** 2007 The Kulikovskiy Sveshnikov Beghin model of powder snow avalanches: Development and application. *J. Geophys. Res.* 112, F01004.
10. **Voellmy, A.** 1955, *Über die Zerstörungskraft von Lawinen*, Schweizerische Bauzeitung, Jahrg. 73, Ht. 12. p. 159-62: Ht. 15. p. 212-17: Ht. 17. p. 246-49: Ht. 19p. 280-85.