
ROCKSLIDETEC

Action C2 : Développement des modèles de propagation et calage en laboratoire

Propagations en grandes masses : modélisation par épandage

Jean François Serratrice

CETE Méditerranée – LRPC d'Aix en Provence

Le calcul par épandage a pour but de simuler le glissement le long d'un versant et l'accumulation dans la vallée de volumes rocheux de quelques millions de mètres cubes. Le calcul s'appuie sur la topographie du site définie par un MNT. Ce paragraphe donne une description sommaire de la méthode. Un document séparé (disponible sur demande) donne le détail des méthodes de calcul et des tests mis en œuvre pour les justifier. Le logiciel utilisé pour la Clapière a été réécrit pour mener à bien la présente étude (Epan3D).

1. Principe de la méthode

Les calculs par épandage consistent à déverser un grand nombre de volumes élémentaires à partir d'une ligne de départ définie au préalable et en fonction du scénario à simuler. La trajectoire de chaque volume est calculée par intégration de l'équation du mouvement en s'appuyant sur le MNT du versant. En fin de trajectoire, le MNT est mis à jour en augmentant les altitudes en chaque nœud du réseau de l'épaisseur du volume élémentaire immobilisé dans la vallée. Ce processus permet de représenter l'accumulation progressive des volumes élémentaires et de modifier les trajectoires de ceux qui arrivent successivement.

2. Volume élémentaire

Chaque volume élémentaire est supposé prendre la forme d'un parabolôïde de section elliptique dont l'équation est, dans ses axes principaux :

$$z / c = 1 - x^2 / a^2 - y^2 / b^2$$

définie au moyen des trois paramètres a , b et c . Le volume et l'aire de la base horizontale sont, respectivement :

$$V = \pi a b c / 2 \quad S_b = \pi a b.$$

Le rapport V / S_b vaut :

$$V / S_b = c / 2$$

L'équation du volume élémentaire peut être paramétrée au moyen d'un coefficient d'allongement g et d'un coefficient d'étalement e définis par :

$$g = a / b \quad e = c / a$$

soit :

$$V = \pi e a^3 / 2 g \quad S_b = \pi a^2 / g$$

V , e et g étant donnés, $a^3 = 2 V g / \pi e$.

Pendant le glissement, les axes principaux de l'ellipsoïde sont déterminés par la direction de sa vitesse et la plus grande pente au point considéré de la trajectoire.

3. Equation du mouvement et vitesse limite

Le calcul par épandage repose sur l'équation du mouvement d'une masse glissant le long d'un plan incliné. En un point donné de la trajectoire, l'accélération de la masse est donnée par :

$$a = d^2s / dt^2 = -g (\mathbf{k} \cdot \mathbf{f} + \text{tg}\phi \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})$$

où t est le temps, s l'abscisse curviligne, g l'accélération de la pesanteur, \mathbf{k} le vecteur représentant la verticale, \mathbf{n} la normale au plan, \mathbf{f} le vecteur dirigé dans la plus grande pente et ϕ l'angle de frottement entre le plan et la masse (\mathbf{k} , \mathbf{n} et \mathbf{f} sont des vecteurs unitaires, \mathbf{k} et \mathbf{n} sont dirigés vers les z croissants). Le long d'un plan incliné où ϕ est constant, l'accélération a a un module constant si $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{f} + \text{tg}\phi \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}) > 0$, sans quoi la masse reste immobile.

Pendant le glissement, le frottement $\mu = \text{tg}\phi$ oppose une force résistante \mathbf{R} au mouvement, avec dissipation d'énergie W_R . L'accélération étant constante, la vitesse de la masse rocheuse augmente indéfiniment, malgré la dissipation d'énergie W_R sur sa base. En pratique, une dissipation interne de l'énergie conduit à limiter la vitesse réelle de la masse en mouvement (Rochet, 1987).

Dans le présent modèle, cette dissipation complémentaire est déterminée en imposant au solide une vitesse limite v_{lim} . Ce procédé rudimentaire permet d'éviter de recourir à des lois rhéologiques plus complexes.

4. Le modèle "versant et vallée"

L'analyse du modèle le long d'un plan incliné permet de montrer que la limitation de la vitesse du solide à la vitesse v_{lim} revient à ajouter une force résistante \mathbf{D} à la force de frottement \mathbf{R} , toutes deux opposées à \mathbf{f} . Ces deux forces ont pour module :

$$R = m g \cos\beta \text{tg}\phi \qquad D = m g \sin\beta (1 - \text{tg}\phi / \text{tg}\beta)$$

où m est la masse et β est l'angle du plan incliné avec l'horizontale. L'énergie dissipée par chacune de ces forces est :

$$W_R = m g \cos\beta \text{tg}\phi (s - s_{\text{lim}})$$

$$W_D = m g \cos\beta (\text{tg}\beta - \text{tg}\phi) (s - s_{\text{lim}})$$

où s_{lim} est l'abscisse curviligne à partir de laquelle la vitesse v_{lim} a été atteinte.

Si l'on considère maintenant un versant représenté par un plan incliné débouchant sur une vallée horizontale, il est aisé de montrer que les énergies dissipées le long de la trajectoire, du point de départ situé à l'altitude H dans le versant au point d'arrivée dans la vallée sont :

$$W_R = m g H \text{tg}\phi / \text{tg}\beta + m v_{\text{lim}}^2 / 2$$

$$W_D = m g H (1 - \text{tg}\phi / \text{tg}\beta) - m (v_{\text{lim}}^2 - v_o^2) / 2$$

où v_o est la vitesse initiale, et que le bilan d'énergie est respecté :

$$E_p + E_c + W_R + W_D = E_{p_o} + E_{c_o}$$

où E_{p_o} et E_p sont les énergies potentielles au départ et à l'arrivée, E_{c_o} et E_c les énergies cinétiques correspondantes, avec :

$$E_p - E_{p0} = m g H$$

D'après les équations ci-dessus, donnant W_R et W_D au point d'arrêt dans la vallée D, il apparaît que, m , H , β et ϕ étant donnés, W_R et W_D varie avec le carré de la vitesse limite v_{lim}^2 . W_R augmente avec v_{lim}^2 , tandis que W_D diminue quand v_{lim}^2 augmente. La dissipation W_D est d'autant plus faible que v_{lim} augmente. D'après l'équation ci-dessus, qui donne W_D en fonction de v_{lim}^2 , W_D s'annule pour :

$$v_{lim\ max}^2 = v_o^2 + 2 g H (1 - tg\phi / tg\beta)$$

Au-delà, si $v_{lim} > v_{lim\ max}$, $W_D = 0$ et la dissipation est assurée par le seul frottement $\mu = tg\phi$.

Il est intéressant de considérer l'énergie dissipée complémentaire W_D comme une fraction de l'énergie potentielle E_{p0} disponible initialement ($E_p = 0$ dans la vallée), avec k un coefficient de proportionnalité :

$$W_D = k E_p = k m g H = m g H (1 - tg\phi / tg\beta) - m (v_{lim}^2 - v_o^2) / 2$$

d'où :

$$v_{lim}^2 = v_o^2 + 2 g H (1 - k - tg\phi / tg\beta)$$

qui montre que le coefficient k doit être compris dans l'intervalle :

$$0 < k < 1 - tg\phi / tg\beta < 1$$

et qui montre surtout que le choix de v_{lim} dépend du dénivelé H , de la pente du versant β , du frottement ϕ et du coefficient k .

Si l'on considère maintenant la distance horizontale totale L parcourue par le solide, celle-ci a pour expression :

$$L = H / tg\beta + v_{lim}^2 / 2g tg\phi$$

L'angle ϕ_a , angle de frottement apparent, est tel que :

$$tg\phi_a = H / L$$

rapport entre la dénivelée et la distance de propagation horizontale totale. Des deux expressions précédentes, il vient :

$$1 / tg\phi_a - 1 / tg\beta = v_{lim}^2 / 2g H tg\phi$$

soit :

$$v_{lim}^2 = 2g H tg\phi (1 / tg\phi_a - 1 / tg\beta) = 2g H (tg\phi / tg\phi_a - tg\phi / tg\beta)$$

Cette relation s'identifie à la relation donnant v_{lim} en fonction de k , ce qui permet de donner une expression de k , quand $v_o = 0$:

$$1 - k = tg\phi / tg\phi_a$$

rapport entre le frottement sous la base du solide mobile et le frottement apparent. Ces différents termes doivent vérifier les inégalités suivantes :

$$0 < 1 - tg\phi / tg\phi_a < 1 - tg\phi / tg\beta < 1$$

avec, en particulier $tg\phi_a < tg\beta$.

5. Expression de la vitesse critique $v_{lim\ crit}$

L'expression précédente donne un moyen d'estimer une vitesse limite v_{lim} , connaissant le dénivelé H , l'angle β du versant, le frottement ϕ sous la base et le frottement apparent ϕ_a . Ce dernier paramètre permet en outre d'introduire l'effet de masse des éboulements de grande ampleur, la réduction du frottement apparent allant de pair avec l'augmentation du volume mis en jeu (réduction de la dissipation, fluidisation ; Rochet, 1987). Des études de cas rapportées dans la littérature ont permis d'établir des corrélations entre ϕ_a et le volume éboulé $\phi_a = \phi_a(V)$ (Durville, 2003).

Dans la suite, les éboulements qui répondent à ce type de règle empirique seront qualifiés de catastrophiques. La vitesse associée à un volume V et l'angle ϕ_a correspondant sera qualifiée de critiques, notée v_{crit} :

$$v_{crit}^2 = 2g H \operatorname{tg}\phi (1 / \operatorname{tg}\phi_a - 1 / \operatorname{tg}\beta)$$

La réduction de ϕ_a s'accompagne d'une augmentation de la vitesse critique v_{crit} , pour des valeurs données des autres paramètres, H , β et ϕ . En apportant une source de dissipation complémentaire pendant le mouvement, cette grandeur règle le taux de fluidisation de la masse. Par construction du modèle, cette dissipation n'est pas de nature visqueuse, la dissipation n'étant pas proportionnelle à la vitesse :

$$W_D = (1 - \operatorname{tg}\phi / \operatorname{tg}\phi_a) E_p = m g H (1 - \operatorname{tg}\phi / \operatorname{tg}\phi_a)$$

Dans la suite, la vitesse limite v_{lim} sera choisie inférieure à v_{crit} pour simuler des épandages progressifs, à forte dissipation et non catastrophiques :

$$v_{lim} < v_{crit}$$

6. Calcul de la trajectoire le long du MNT

A chaque pas d'intégration, en un point donné de la trajectoire, l'ellipse du volume élémentaire sert de contour pour calculer la normale \mathbf{n} au MNT ainsi que la plus grande pente \mathbf{f} . Le vecteur vitesse \mathbf{v}_t est calculé alors, connaissant le vecteur vitesse $\mathbf{v}_{t-\Delta t}$ au pas de temps précédent.

La masse est supposée rester en contact avec le terrain. Il est possible de tenir compte ou pas de la courbure du terrain (terrasses et rebords, fond de la vallée), et de la transmission intégrale ou non de l'énergie cinétique aux points de forte courbure, comme au pied du plan incliné dans le modèle "versant et vallée". Cela donne une façon supplémentaire de dissiper de l'énergie, en plus du frottement ϕ et de la vitesse v_{lim} .

Le déclenchement du mouvement n'est pas décrit par le modèle. Chaque bloc élémentaire part d'un point tiré au hasard le long de la ligne de départ, avec une vitesse initiale nulle ($v_o = 0$) et dans une direction donnée par les coordonnées polaires (ϕ_o, θ_o) . θ_o est défini par la pente du terrain au point de départ. Le volume initial V_o s'accroît du fait du foisonnement au fur et à mesure de la progression le long de la trajectoire s suivant la loi empirique :

$$V = f V_o \quad f = 1 + C_f (1 - \exp(-s/s_f))$$

où f est le foisonnement, $C_f = 0,15$ et $s_f = 100$ m deux paramètres (le foisonnement atteint 63 % au bout de 100 m de déplacement). De même, l'étalement et l'aplatissement peuvent changer au cours du déplacement, au détriment d'un nombre de paramètres supplémentaires. Dans tous les cas, le poids volumique initial de la roche γ est introduit pour relier les masses et les volumes.

Un calcul portant sur n volumes élémentaires peut être effectué en affectant une vitesse limite v_{lim} commune à tous les éléments ou en affectant des vitesses différentes. Dans ce cas, la vitesse limite du bloc i est tirée au hasard dans un intervalle donné $[v_{lim\ min}, v_{lim\ max}]$.

Le calcul de la trajectoire de chaque volume élémentaire est effectué pas à pas en limitant le pas de temps afin que l'incrément de déplacement reste inférieur à 1 m (une demi maille du MNT). Après la stabilisation

d'un volume élémentaire dans sa position finale, les altitudes des points du MNT compris à l'intérieur de la base du bloc sont mises à jour, augmentées de l'épaisseur (variable) du bloc. Le calcul passe au volume suivant jusqu'au $n^{\text{ième}}$ volume élémentaire.

Dans le modèle, la dissipation d'énergie trouve quatre origines différentes : le frottement ϕ , les pertes d'énergie aux changements de concavité de la trajectoire, la vitesse maximale v_{max} et le fait que la masse éboulée est constituée par la somme d'un grand nombre de volumes élémentaires, qui dissipent de l'énergie tout le long de leur trajectoire.

7. Récapitulation des paramètres

Pour résumer, le modèle comprend les paramètres suivants :

- le poids volumique initial de la roche γ ,
- l'angle de frottement ϕ , constant quelle que soit la vitesse de propagation,
- le volume initial du bloc élémentaire $V_{o\text{ elem}}$,
- le nombre n de volumes élémentaires, pour un volume total initial $V_o = n V_{o\text{ elem}}$,
- le coefficient de foisonnement C_f et la distance caractéristique de foisonnement s_f ,
- le coefficient allongement initial g et un paramètre de calcul de son évolution C_g ,
- le coefficient d'étalement initial e et un paramètre de calcul de son évolution C_e ,
- les coordonnées des points $L_1 (x_1, y_1)$ et $L_2 (x_2, y_2)$ des extrémités de la ligne de départ,
- la vitesse initiale v_o , et sa direction initiale ϕ_o ,
- la vitesse limite minimale $v_{\text{lim min}}$ et la vitesse limite maximale $v_{\text{lim max}}$,
- un coefficient C_{WP} compris entre 0 et 1 pour tenir compte d'une dissipation aux changements de pente.

A ces paramètres s'ajoutent différents paramètres de contrôle des calculs (précision, temps maximal, paramètres d'affichage, etc.). Enfin, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

8. Tests du modèle

Pendant son développement, le modèle a été testé en comparaison à des réponses théoriques connues, en considérant diverses configurations géométriques de terrains. La comparaison à des réponses théoriques concerne, pour un volume élémentaire et en augmentant le nombre des paramètres :

- un glissement sans frottement,
- un glissement avec frottement,
- un glissement avec frottement et vitesse limite.

Les configurations géométriques de terrains prennent les différentes formes suivantes :

- plan incliné,
- profil "versant et vallée",
- profil parabolique,
- profil en forme de cycloïde,
- sphère,
- paraboloides de révolution.

Ces différents modèles de terrains ont été construits sous la forme de MNT. **Les résultats des comparaisons sont présentés avec le logiciel Epan3D.**

Pour une configuration géométrique donnée, un frottement donné et une vitesse limite donnée, la somme des dissipations d'énergie W_R (frottement) et W_D (vitesse limite) augmente linéairement avec le volume déplacé, comme le prévoit le cas "versant et vallée". La réponse du modèle est linéaire à ce titre et ne reflète pas l'effet de masse, par lequel la dissipation diminue quand le volume déplacé augmente, dans le cas de situations catastrophiques. Toutefois, l'analyse du cas "versant et vallée" a permis de donner un moyen d'évaluer une vitesse limite critique en fonction de l'angle de frottement apparent ϕ_a , afin de tenir compte de l'effet de masse par le calcul. De ce fait, le modèle permet théoriquement de représenter en continu la réponse de ruptures en masse et en grande masse, pour plusieurs ordres de grandeur du volume.

9. Applications

Le modèle de propagation par épandage a été mis en œuvre sur deux sites réels, la Clapière (Serratrice, 2001) et Séchilienne. Les calculs d'épandage sont effectués sous une forme paramétrique, en fonction des principaux paramètres mécaniques (frottement, vitesse limite en référence à la vitesse critique). Plus généralement, les calculs paramétriques consistent à définir plusieurs scénarios de rupture d'une zone instable, puis à effectuer plusieurs simulations pour chaque scénario. Les scénarios de rupture doivent être étudiés au préalable, ce qui permet de déterminer leurs caractéristiques géométriques (position dans le versant, volume rocheux mis en jeu, etc.) en fonction des données géologiques, structurales géotechniques et hydrogéologiques du site.

Sur les deux sites étudiés, les calculs ont été effectués pour des fortes dissipations, afin de simuler des propagations non catastrophiques. La **figure 1** montre une vue en perspective du versant de la Clapière et les trajectoires de quelques masses élémentaires. Le versant est défini par un modèle numérique d'altitudes à un pas de 2 m au carré, représenté en carte des pentes et en niveaux de gris. Les trajectoires de quelques masses élémentaires sont représentées en jaune. Ces masses se détachent d'une ligne de départ donnée, qui simule un scénario de régression d'un escarpement sommital en amont du glissement principal. Les masses finissent leur course dans la vallée de la Tinée en aval.

La **figure 2** montre un calcul de propagation pour le scénario précédent. Le versant est représenté en carte des pentes et en niveaux de gris. Les volumes éboulés sont représentés en couleur (rouge pour les faibles pentes, bleu pour les fortes pentes). Le calcul montre qu'une partie des volumes est arrêtée dans le versant, à la faveur de terrasses ou de replats. L'épandage est dispersé en plusieurs ensembles séparés, ce qui résulte de la topographie du versant.

La **figure 3** montre une vue en perspective d'une simulation d'épandage pour le versant de Séchilienne. Le modèle numérique d'altitude, dont le pas est de 2 m au carré, est représenté en vert foncé, le volume éboulé en carte des pentes en couleur (rouge pour les faibles pentes, bleu pour les fortes pentes). Contrairement au cas précédent, l'épandage se concentre au pied d'un couloir, qui, dans l'état actuel, alimente un vaste cône d'éboulis. La simulation montre la forme de l'épandage en pied de l'éboulis, avec un étalement progressif dans la vallée de la Romanche. Il faut noter les épandages latéraux, vers l'amont et vers l'aval de la vallée. Cet effet résulte de l'accumulation progressive des volumes, qui a pour effet de détourner les éléments arrivant ultérieurement.

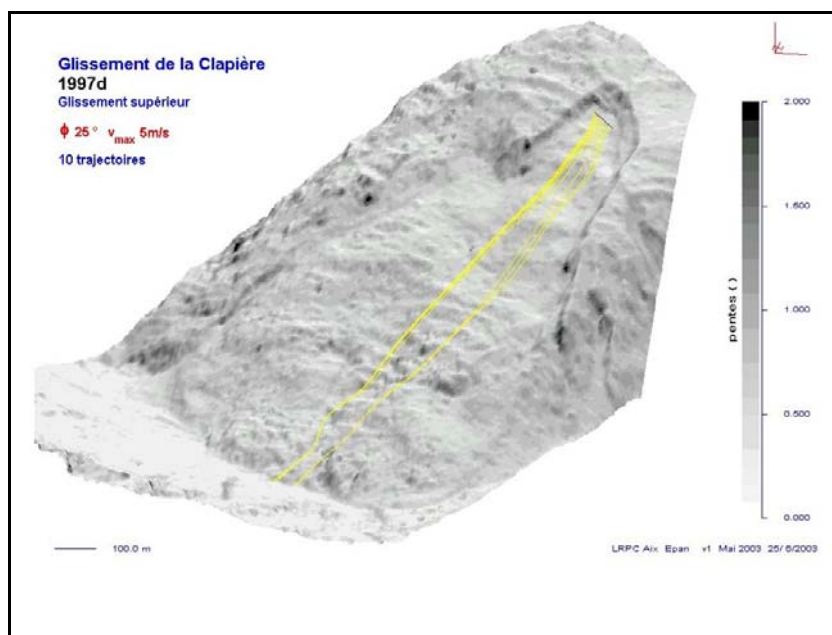


Figure 1

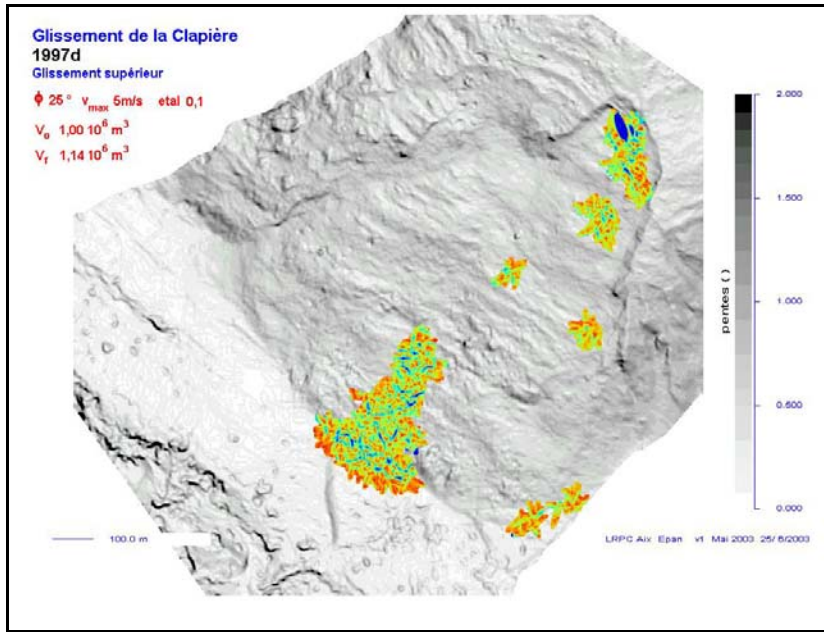


Figure 2

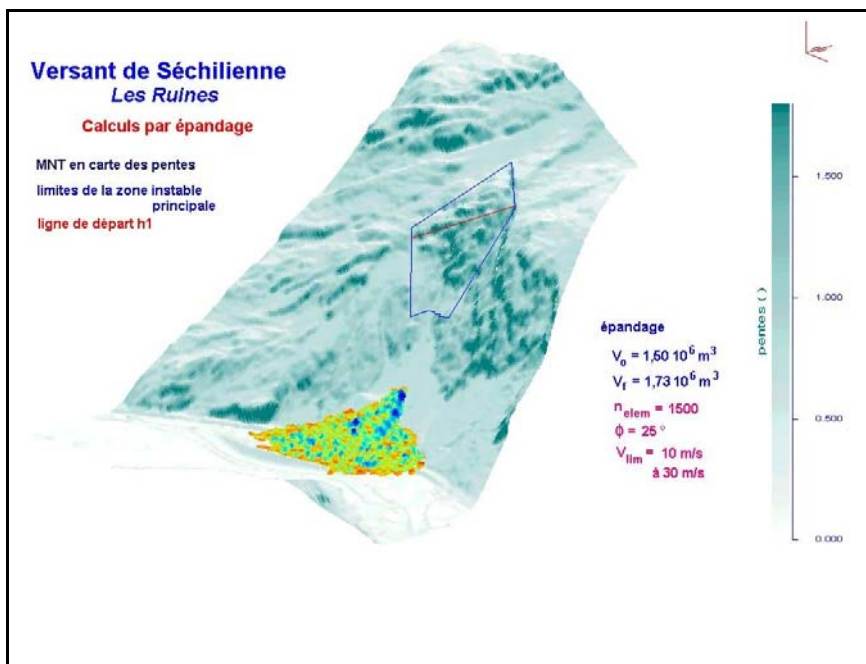


Figure 3

Serratrice J.F. (2001)

Glissement de la Clapière. Comparaison des MNT de 1970 à 1997.

Journées de Mécanique des Sols et des Roches des LPC, Nancy, juin 2001, 19 p.